

سوالات امتحانات نهایی مبحث محور

درس ریاضیات گسسته ۳ ریاضی - فصل ۳ - ترکیبیات

گرددآورنده: علی اشرفپور رتبه ۱۰۳ منطقه ۳ کنکور ریاضی ۱۴۰۱

(۱) درستی یا نادرستی جملات زیر را مشخص کنید.

الف) دو مربع لاتین متعامد از مرتبه ۳ وجود ندارد. (۰.۲۵)

(امتحان نهایی ریاضیات گسسته ۳ شهریور ۱۴۰۴)

ب) تعداد توابع یک به یک از مجموعه‌ای ۳ عضوی به مجموعه‌ای ۵ عضوی برابر ۱۰ است. (۰.۲۵)

(امتحان نهایی ریاضیات گسسته ۳ دی ۱۴۰۴)

(۲) می‌خواهیم با حروف «ش»، «الف» و «ث» و ۵ عدد ۱، ۳، ۵، ۷، ۹ یک رمز شامل ۸ کاراکتر تشکیل دهیم، مطلوب است، تعداد کل رمزهایی که در هر یک از آن‌ها حروف کنار هم باشند. (۰.۵)

(امتحان نهایی ریاضیات گسسته ۳ دی ۱۴۰۰)

(۳) با حروف کلمه جیرجیرک کلمه ۷ حرفی می‌توان نوشت؟ (۱)

(امتحان نهایی ریاضیات گسسته ۳ دی ۱۴۰۰)

(۴) می‌خواهیم ۲۰ نفر را به ۴ گروه ۵ نفره تقسیم کنیم. به چند طریق این کار امکان پذیر است؟ (۱)

(امتحان نهایی ریاضیات گسسته ۳ شهریور ۱۴۰۰)



(۵) مربع لاتین A را در نظر بگیرید. ابتدا سطر اول و سطر دوم مربع ۴ را جابه جا کنید. سپس در مربع حاصل ستون دوم و سوم را جابه جا کنید و مربع حاصل را نام گذاری کنید متعامد بودن دو مربع لاتین A و B را بررسی کنید. (۱.۵)

(امتحان نهایی ریاضیات گسسته ۳ خرداد ۱۴۰۰)

(۶) می خواهیم ۸ نفر را که دو به دو برادر یکدیگرند در دو طرف طول یک میز مستطیل شکل بنشانیم. اگر بخواهیم هر نفر روبه روی برادرش بنشیند، این کار را به چند روش میتوان انجام داد؟ (۱)

(امتحان نهایی ریاضیات گسسته ۳ دی ۱۴۰۱)

(۷) برای کنار هم قرار گرفتن ۴ دانش آموز پایه دوازدهم و ۶ دانش آموز پایه یازدهم مسئله ای طرح کنید که پاسخ آن $7! \times 4!$ باشد. (۱)

(امتحان نهایی ریاضیات گسسته ۳ شهریور ۱۴۰۱)

(۸) حداقل چند نقطه از داخل مثلثی متساوی الاضلاع به طول ضلع ۲، انتخاب کنیم تا مطمئن باشیم حداقل دو نقطه از آنها فاصله شان کمتر از ۱ است؟ (۱)

(امتحان نهایی ریاضیات گسسته ۳ شهریور ۱۴۰۱)

(۹) با ارقام ۳، ۱، ۱، ۱، ۷، ۶، ۵، ۹ چند عدد ۹ رقمی میتوان نوشت؟ (۱)

(امتحان نهایی ریاضیات گسسته ۳ خرداد ۱۴۰۱)

(۱۰) به چند طریق میتوان با استفاده از اصل شمول و عدم شمول، ۴ خودکار متفاوت را بین ۳ نفر توزیع کرد به شرط آن که به هر نفر حداقل یک خودکار داده باشیم. (۱.۷۵)

(امتحان نهایی ریاضیات گسسته ۳ دی ۱۴۰۲)



@bartarhakanoon

(۱۱) چهار برادر و سه خواهر می خواهند در یک ردیف کنار هم بایستند و عکس یادگاری بگیرند. اگر همواره خواهرها کنار هم و برادرها کنارهم قرار بگیرند، آنگاه این عمل به چند طریق امکان پذیر است؟ (۱)

(امتحان نهایی ریاضیات گسسته ۳ شهریور ۱۴۰۲)

(۱۲) چند رمز ۴ رقمی با ارقام ۱ تا ۵ می توان نوشت به طوری که هر رمز، حداقل یک رقم ۳ و یک رقم ۲ را شامل باشد؟ (۱.۵)

(امتحان نهایی ریاضیات گسسته ۳ خرداد ۱۴۰۲)

(۱۳) معادله $x_1 + 2\sqrt{x_2} + x_3 + x_4 = 5$ چند جواب صحیح نامنفی دارد؟ (۱.۷۵)

(امتحان نهایی ریاضیات گسسته ۳ دی ۱۴۰۳)

(۱۴) با حروف کلمه «بادبادک باز» چند کلمه ۱۰ حرفی می توان نوشت؟ (۱)

(امتحان نهایی ریاضیات گسسته ۳ شهریور ۱۴۰۳)

(۱۵) می خواهیم ۱۰ نفر را که دو به دو برادر یکدیگرند در دو طرف طول یک میز مستطیل شکل بنشانیم. اگر بخواهیم هر نفر روبه روی برادرش بنشیند، به چند طریق می توان این کار را انجام داد؟ (۱)

(امتحان نهایی ریاضیات گسسته ۳ خرداد ۱۴۰۳)

(۱۶) در یک دبیرستان، حداقل چند دانش آموز وجود داشته باشند تا مطمئن باشیم حداقل ۲۱ دانش آموز ماه تولدشان یکسان اند؟ (۱)

(امتحان نهایی ریاضیات گسسته ۳ دی ۱۴۰۴)



@bartarhakanoon

(۱۷) به چند طریق می توان ۹ نفر را در سه اتاق ۲ نفره، ۳ نفره و ۴ نفره واقع در یک هتل اسکان داد؟ (۱)

(امتحان نهایی ریاضیات گسسته ۳ شهریور ۱۴۰۴)

(۱۸) تعداد جواب های صحیح و نامنفی معادله $x_1 + x_2 + 4x_3 + x_4 = 7$ را به دست آورید. (۱.۵)

(امتحان نهایی ریاضیات گسسته ۳ خرداد ۱۴۰۴)



@bartarhakanoon

پاسخنامه

(۱)

الف) نادرست ب) نادرست

(۲) $3! \times 6!$

(۳) $\frac{7!}{2! \times 2! \times 2!}$

(۴) $\binom{20}{5} \binom{15}{5} \binom{10}{5} \binom{5}{5}$

(۵)

۱	۲	۳
۲	۳	۱
۳	۱	۲

 $\Rightarrow$

۱	۳	۲
۲	۱	۳
۳	۲	۱

 $= B$
 $\Rightarrow$

۲۱	۳۳	۱۲
۱۲	۲۱	۳۳
۳۳	۱۲	۲۱

(۰/۲۵) (۰/۲۵) (۰/۵)

(مشابه سوال ۱۳ صفحه ۷۲)

متعامد نیستند. زیرا در مربع آخر عدد دو رقمی تکراری داریم. (۰/۵)

(۶) $4! \times 2^4$

(۷) ۴ دانش آموز پایه دوازدهم و ۶ دانش آموز پایه یازدهم را به چند طریق می توان در یک ردیف (کنار هم) قرارداد به طوری که همواره دانش آموزان پایه دوازدهم در کنار هم باشند.



@bartarhakanoon

۸) ۵ نقطه را کبوتر (۰/۲۵) و ۴ مثلث کوچک را لانه (۰/۲۵) در نظر می گیریم. طبق اصل لانه کبوتری (۰/۲۵)
(۴<۵) حداقل یک لانه (مثلث) وجود دارد که دو نقطه (کبوتر) در آن قرار می گیرد. (۰/۲۵)

$$\frac{9!}{3! \times 2!} \quad (9)$$

(۱۰)

$A = \{a_1, a_r, a_r, a_r\}$, $B = \{b_1, b_r, b_r\}$, $A_j = \{f : A \rightarrow B \mid f(a_i) \neq b_j, 1 \leq i \leq 4\}$, $1 \leq j \leq 3$ (۰/۲۵)
 $|S| = 3^4 = 81$ (۰/۲۵) , $|A_j| = 2^4 = 16$ (۰/۲۵)
 $|A_1 \cap A_r| = |A_1 \cap A_r| = |A_r \cap A_r| = 1$ (۰/۲۵) , $|A_1 \cap A_r \cap A_r| = 0$ (۰/۲۵)
 $|\overline{A_1} \cap \overline{A_r} \cap \overline{A_r}| = 81 - (3 \times 16 - 3 \times 1 + 0) = 36$ (۰/۵)

$$4! \times 3! \times 2! \quad (11)$$

تعداد کل رمزا: $|S| = 5^4$ (۰/۲۵)

تعداد رمزهای فاقد ۳: $|A| = 4^4$ (۰/۲۵)

تعداد رمزهای فاقد ۲: $|B| = 4^4$ (۰/۲۵)

تعداد رمزهای فاقد ۲ و ۳: $|A \cap B| = 3^4$ (۰/۲۵)

$|\overline{A} \cap \overline{B}| = |S| - |A \cup B| = 5^4 - (4^4 + 4^4 - 3^4)$ (۰/۵)

$$x_r = 0 \rightarrow x_1 + x_r + x_r = 5 \quad (0/25) \rightarrow \binom{5+3-1}{3-1} = 21 \quad (0/25)$$

$$x_r = 1 \rightarrow x_1 + x_r + x_r = 3 \quad (0/25) \rightarrow \binom{3+3-1}{3-1} = 10 \quad (0/25)$$

$$x_r = 4 \rightarrow x_1 + x_r + x_r = 1 \quad (0/25) \rightarrow \binom{1+3-1}{3-1} = 3 \quad (0/25)$$

$$21 + 10 + 3 = 34 \quad (0/25)$$

$$\frac{10!}{3! \times 3! \times 2!} \quad (14)$$

$$5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1 \times (2!)^5 \quad (15)$$



@bartarhakanoon

(۱۶)

n : تعداد لانه‌ها (ماه‌های سال) ، $k+1$: حداقل کبوترها (دانش آموزان دبیرستان)

$$k+1=21 \Rightarrow k=20 \quad (0/25)$$

$$nk+1=12 \times 20+1=241 \quad (0/25)$$

$$\frac{9!}{2! \times 3! \times 4!} \quad (17)$$

$$\left. \begin{array}{l} \underbrace{x_3=0 \Rightarrow x_1+x_2+x_4=7}_{(0/25)} \Rightarrow \underbrace{\binom{n+k-1}{k-1}}_{(0/25)} = \binom{9}{2} = 36 \quad (0/25) \\ \underbrace{x_3=1 \Rightarrow x_1+x_2+x_4=3}_{(0/25)} \Rightarrow \binom{5}{2} = 10 \quad (0/25) \end{array} \right\} \Rightarrow \underbrace{36+10=46}_{(0/25)} \quad (18)$$



@bartarhakanoon