

سوالات امتحانات نهایی مبحث محور

درس ریاضیات گسسته ۳ ریاضی - فصل ۲ - گراف و مدل سازی

گردآورنده: علی اشرفپور رتبه ۱۰۳ منطقه ۳ کنکور ریاضی ۱۴۰۱

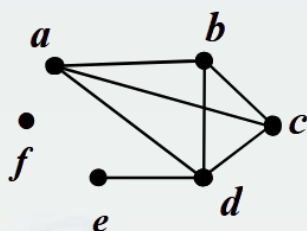
(۱) درستی یا نادرستی جملات زیر را مشخص کنید.

الف) در هر گراف کامل، تمام یال ها با هم مجاور هستند... (۰.۲۵)

(امتحان نهایی ریاضیات گسسته ۳ خرداد ۱۴۰۴)

ب) گراف ساده با درجه رئوس ۱ و ۲ و ۳ و ۴ و ۵ وجود ندارد. (۰.۲۵)

(امتحان نهایی ریاضیات گسسته ۳ دی ۱۴۰۳)



(۲) با توجه به گراف G شکل مقابل به سوالات زیر پاسخ دهید. (۱.۷۵)

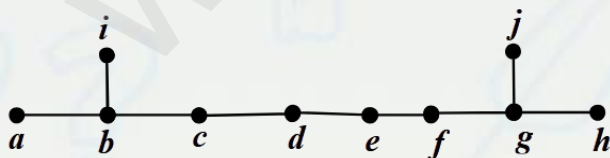
الف) مقدار $q - \Delta(G)$ را بیابید.

ب) یک دور به طول ۴ مشخص کنید.

پ) با ذکر دلیل مشخص کنید گراف مکمل G چند یال دارد؟

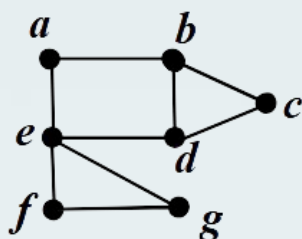
(امتحان نهایی ریاضیات گسسته ۳ دی ۱۴۰۰)

(۳) عدد احاطه گری گراف G را با ارائه راه حل، تعیین کنید. (۱.۵)



(امتحان نهایی ریاضیات گسسته ۳ دی ۱۴۰۰)



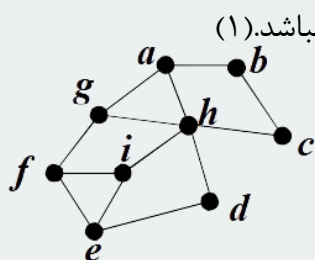


۴) عدد احاطه گری گراف G را با ارائه راه حل، تعیین کنید. (۱.۵)

(امتحان نهایی ریاضیات گسسته ۳ شهریور ۱۴۰۰)

۵) تفاوت بین مجموعه احاطه گر مینیمال و مینیمم چیست؟ توضیح دهید. (۱)

(امتحان نهایی ریاضیات گسسته ۳ خرداد ۱۴۰۰)

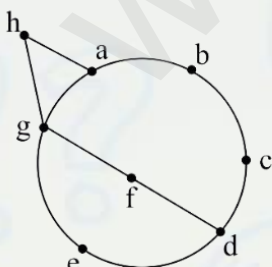


۶) در گراف شکل زیر یک مجموعه احاطه گر مینیمال مشخص کنید که مینیمم نباشد. (۱)

(امتحان نهایی ریاضیات گسسته ۳ خرداد ۱۴۰۰)

۷) یک گراف ۲-منتظم ۱۲ راسی بکشید که عدد احاطه گری آن کمترین مقدار ممکن را داشته باشد. (۱)

(امتحان نهایی ریاضیات گسسته ۳ دی ۱۴۰۱)



۸) با توجه به گراف (G) به سوالات زیر پاسخ دهید. (۱.۲۵)

الف) عدد احاطه گری را برای گراف زیر مشخص کنید.

ب) یک مجموعه احاطه گر مینیمال مشخص کنید که مینیمم نباشد. (G)

(امتحان نهایی ریاضیات گسسته ۳ شهریور ۱۴۰۱)



۹) ابتدا گراف P_9 را رسم کنید. سپس یک مجموعه احاطه گر مینیمم از آن را مشخص کنید. (۱)

(امتحان نهایی ریاضیات گسسته ۳ خرداد ۱۴۰۱)

۱۰) آیا میتوان گرافی ۳-منتظم از مرتبه ۹ رسم کرد؟ برای پاسخ خود دلیل بیاورید. (۱)

(امتحان نهایی ریاضیات گسسته ۳ دی ۱۴۰۲)

۱۱) در گراف P_1 چند مسیر به طول ۳ وجود دارد؟ (۱)

(امتحان نهایی ریاضیات گسسته ۳ دی ۱۴۰۲)

۱۲) جاهای خالی را با عبارات مناسب کامل کنید. (۱)

الف) گرافی را که بین هر دو رأس آن حداقل یک مسیر وجود داشته باشد، گراف..... می گوئیم.

ب) تعداد رئوس فرد هر گراف عددی..... است.

ج) مینیمم درجه در گراف کامل از مرتبه p برابر است

د) گرافی را که درجه تمام رئوس آن با هم مساوی و برابر با عدد k باشد، گراف..... می گوئیم.

(امتحان نهایی ریاضیات گسسته ۳ شهریور ۱۴۰۲)

۱۳) به گراف ۸ رأسی ۳-منتظم چند یال اضافه کنیم تا تبدیل به گراف کامل شود؟ (۱)

(امتحان نهایی ریاضیات گسسته ۳ خرداد ۱۴۰۲)

۱۴) الف) یک گراف ۸ رأسی (همبند یا ناهمبند) با عدد احاطه‌گری ۳ رسم کنید که یک مجموعه احاطه گر یکتا با اندازه ۳ داشته باشد.



@bartarhakanoon

ب) یک گراف ۸ رأسی (همبند یا ناهمبند) با عدد احاطه گری ۳ رسم کنید که بیش از یک مجموعه احاطه گر با اندازه ۳ داشته باشد. (۱)

(امتحان نهایی ریاضیات گسسته ۳ خرداد ۱۴۰۲)

۱۵) مجموع درجات گراف برابر ۲۴ است. اگر ۳ یال به یالهای گراف G اضافه کنیم، حاصل، گراف کامل می شود. مرتبه گراف G چقدر است؟ (۱)

(امتحان نهایی ریاضیات گسسته ۳ دی ۱۴۰۳)

۱۶) الف) گراف P_2 را رسم کنید. (۱)
ب) یک 2 - مجموعه از آن را مشخص کنید.

(امتحان نهایی ریاضیات گسسته ۳ خرداد ۱۴۰۳)

۱۷) در هر گراف از مرتبه فرد، ثابت کنید تعداد رأس های زوج، عددی فرد است (۰.۷۵)

(امتحان نهایی ریاضیات گسسته ۳ خرداد ۱۴۰۴)

۱۸) یک گراف همبند ۷ رأسی با عدد احاطه گری ۲ رسم کنید که یک مجموعه احاطه گر یکتا با اندازه ۲ داشته باشد. (۰.۵)

(امتحان نهایی ریاضیات گسسته ۳ خرداد ۱۴۰۴)



پاسخنامه

(۱)

الف) نادرست ب) درست ج) درست د) نادرست

(۲)

الف) $3 - 4 = 7$ (۰/۷۵) (مفهوم اندازه گراف صفحه ۳۵ و مفهوم ماکزیمم درجه صفحه ۳۷)
 ب) $abcda$ یا $ad b c a$ (۰/۵) (تعریف دور صفحه ۳۸)
 پ) $q(G) = 8$ (۰/۲۵) $\Rightarrow 7 + q(\overline{G}) = 15$ (۰/۲۵) $\Rightarrow q(\overline{G}) = 8$ (۰/۲۵) (مسأله ۳ صفحه ۳۸)

(۳)

طبق قضیه داریم $3 \leq \gamma(G) \leq \left\lceil \frac{10}{3+1} \right\rceil = 3$ (۰/۵). از طرفی مجموعه $D = \{b, e, g\}$ یک مجموعه احاطه‌گر است. (۰/۵) لذا
 $\gamma(G) \leq 3$ (۰/۲۵). بنابراین $\gamma(G) = 3$ (۰/۲۵). (مشابه کار در کلاس صفحه ۵۰)

(۴)

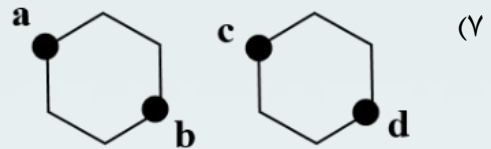
طبق قضیه داریم $2 \leq \gamma(G) \leq \left\lceil \frac{7}{4+1} \right\rceil = 2$ (۰/۵). از طرفی مجموعه $D = \{b, e\}$ یک مجموعه احاطه‌گر است. (۰/۵) لذا
 $\gamma(G) \leq 2$ (۰/۲۵). بنابراین $\gamma(G) = 2$ (۰/۲۵). (مشابه فعالیت (صفحه ۵۰)

(۵) مجموعه احاطه‌گر مینیمم مجموعه احاطه‌گر است که کمترین تعداد عضو را دارد ولی مجموعه احاطه‌گر مینیمال مجموعه احاطه‌گری است که با حذف هر یک از رئوس آن دیگر احاطه‌گر نیست و می‌تواند از مجموعه احاطه‌گر مینیمم بیشتر عضو داشته باشد.

(۶) $D = \{a, c, i, d\}$ (۱)



@bartarhakanoon



(۸)

الف) $\gamma(G) = 2 \Rightarrow \{g, c\}$ (۰/۵) (مشابه تمرین ۳ صفحه ۵۲) ب) $\{h, d, b\}$ (۰/۷۵) (صفحه ۴۶)

(۹)

برای احاطه کردن رئوس a, b, c, d, g حداقل دو تا از آن‌ها باید در مجموعه احاطه‌گر باشند، زیرا $\left\lceil \frac{5}{3+1} \right\rceil = 2$. (۰/۲۵)
 برای احاطه کردن رئوس e, f, h حداقل یکی از آن‌ها باید انتخاب شوند، زیرا $\left\lceil \frac{3}{3+1} \right\rceil = 1$. (۰/۲۵) بنابراین حداقل سه رأس باید در هر مجموعه احاطه‌گری از گراف باشد یعنی $\gamma(G) \geq 3$. (۰/۲۵) از طرفی مجموعه $D = \{a, c, e\}$ یک مجموعه احاطه‌گر است. لذا $\gamma(G) \leq 3$. (۰/۲۵) بنابراین $\gamma(G) = 3$. (۰/۲۵) (فعالیت صفحه ۵۰)

(۱۰)

خیر. (۰/۲۵) در یک گراف r -منتظم داریم $\sum_{i=1}^p \deg(v_i) = 2q$. به عبارتی $rp = 2q$. (۰/۲۵) در این سوال $p = 9, r = 3$

لذا $rp = 27$ عددی فرد و $2q$ عددی زوج است. (۰/۲۵) و این تناقض است. (۰/۲۵) (مشابه سوال ۸ صفحه ۴۲)

(۱۱)

(تعریف مسیر و P_n صفحه ۳۸)



۷ مسیر (۰/۲۵) نوشتن مسیرها (۰/۵) $1234 - 2345 - 3456 - 4567 - 5678 - 6789 - 78910$

(۱۲)

الف) همبند (۰/۲۵) (ص ۳۹) ب) زوج (۰/۲۵) (ص ۴۰)
 ج) $p-1$ (۰/۲۵) (ص ۴۲) د) k -منتظم (۰/۲۵) (ص ۳۵)



$$\begin{cases} q = \frac{kn}{2} \rightarrow q = \frac{8 \times 3}{2} = 12 \quad (0/25) \\ q = \frac{n(n-1)}{2} \rightarrow q = \frac{8 \times 7}{2} = 28 \quad (0/25) \end{cases} \rightarrow 28 - 12 = 16 \quad (0/5) \quad (13)$$



(ب)

(0/5)

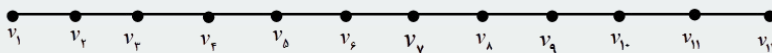


(الف) (14)

(0/5)

(15)

$$2q = 24 \quad (0/25) \rightarrow q = 12 \Rightarrow 15 = \frac{n(n-1)}{2} \quad (0/5) \Rightarrow n(n-1) = 30 \Rightarrow n = 6 \quad (0/25)$$



(الف) رسم گراف (0/5) (16)

ص ۵۴

(ب) $\{v_2, v_5, v_8, v_{11}\}$ (0/5)

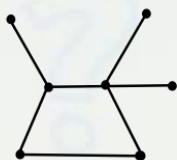
x : تعداد رأس‌های زوج گراف

(17)

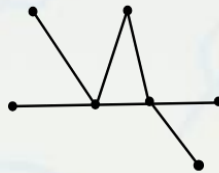
$y = 2k$: تعداد رأس‌های فرد گراف (0/25)

$p = 2t + 1$: تعداد رأس‌های گراف

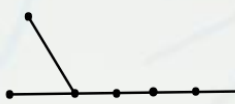
$$\underbrace{p = y + x}_{(0/25)} \Rightarrow 2t + 1 = 2k + x \Rightarrow x = 2t + 1 - 2k = 2(t - k) + 1 \Rightarrow \underbrace{x = 2q + 1}_{(0/25)}$$



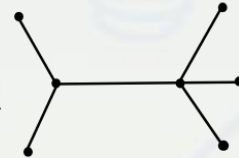
یا



یا



یا



(18)



@bartarhakanoon