

سوالات امتحانات نهایی مبحث محور

درس هندسه ۳ ریاضی - فصل ۲ - مقاطع مخروطی

گرددآورنده: علی اشرفپور رتبه ۱۰۳ منطقه ۳ کنکور ریاضی ۱۴۰۱

(۱) پاسخ صحیح را از میان کلمات داخل پرانتز انتخاب کنید و در پاسخبرگ بنویسید.

اگر صفحه ای موازی با مولد یک سطح مخروطی، از رأس آن عبور نکند، آنگاه فصل مشترک صفحه و سطح مخروطی..... است. (هذلولی-سهمی) (۰.۲۵)

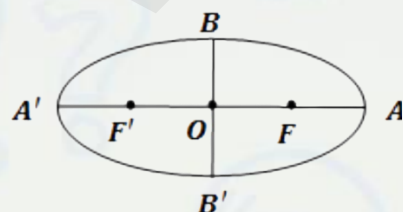
(امتحان نهایی هندسه ۳ خرداد ۱۴۰۴)

(۲) معادله دایره ای را بنویسید که مرکز آن $O(2,3)$ بوده و $m(1,1)$ یک نقطه از آن باشد. (۱)

(امتحان نهایی هندسه ۳ دی ۱۴۰۰)

(۳) در نقطه $A(2,3)$ روی دایره به معادله $x^2 + y^2 - 2x - 2y = 3$ مماس بر دایره رسم کرده ایم، معادله این خط مماس را به دست آورید. (۱.۵)

(امتحان نهایی هندسه ۳ دی ۱۴۰۰)



(۴) اگر در بیضی طول قطر بزرگ دو برابر طول قطر کوچک باشد، اندازه زاویه $F\hat{B}F'$ چند درجه است؟ (۱.۲۵)

(امتحان نهایی هندسه ۳ دی ۱۴۰۰)



۵) در یک دیش مخابراتی به شکل سهموی با دهانه دایره ای به قطر ۶۰ واحد و گودی (عمق) ۹ واحد مفروض است فاصله کانونی این دیش را به دست آورید. (۰.۷۵)

(امتحان نهایی هندسه ۳ خرداد ۱۴۰۰)

۶) اگر نقطه $A(2,3)$ رأس سهمی و $y = 7$ معادله خط هادی سهمی باشد (۱.۲۵)

الف) معادله سهمی را به دست آورید.

ب) مختصات کانون سهمی را بیابید.

(امتحان نهایی هندسه ۳ خرداد ۱۴۰۰)

۷) معادله سهمی را بنویسید که $f(-3,2)$ مختصات کانون و معادله خط هادی آن $x = 1$ باشد. (۱.۲۵)

(امتحان نهایی هندسه ۳ دی ۱۴۰۱)

۸) دو نقطه A و B و خط d که شامل هیچ یک نیست در صفحه مفروض اند. نقطه ای بیابید که از A و B به یک فاصله بوده و از خط d به فاصله ۳ سانتی متر باشد. (۱.۵)

(امتحان نهایی هندسه ۳ شهریور ۱۴۰۱)

۹) نقاط A ، B و C در صفحه مفروض اند. نقطه ای بیابید که از A و B به یک فاصله و از C به فاصله ۳ سانتیمتر باشد. (۱.۵)

(امتحان نهایی هندسه ۳ خرداد ۱۴۰۱)

۱۰) وضعیت خط $x + y = 3$ و دایره $x^2 + y^2 - 2x - 3 = 0$ را تعیین کنید. (۱.۵)

(امتحان نهایی هندسه ۳ خرداد ۱۴۰۲)

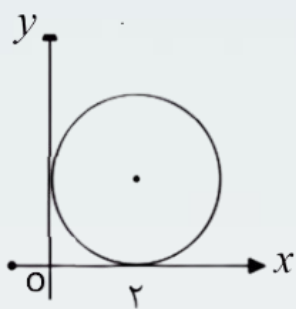


@bartarhakanoon

۱۱) نقاط A و B و C در یک صفحه مفروض اند. نقطه ای بیابید که از نقاط A و B به یک فاصله بوده و از نقطه C به فاصله ۲ سانتیمتر باشد (در مورد تعداد جواب های ممکن بحث کنید). (۱.۵)

(امتحان نهایی هندسه ۳ دی ۱۴۰۳)

۱۲) در شکل مقابل، دایره $C = (M, R)$ بر محورهای مختصات مماس است. مختصات مرکز و اندازه شعاع دایره را بیابید و سپس معادله ضمنی دایره را بنویسید. (۱.۲۵)



(امتحان نهایی هندسه ۳ دی ۱۴۰۳)

۱۳) در بیضی فاصله یک کانون از نزدیکترین رأس برابر ۲ و اندازه قطر کوچک بیضی برابر ۸ است.

مقدار خروج از مرکز بیضی را تعیین کنید. (۱.۵)

(امتحان نهایی هندسه ۳ دی ۱۴۰۳)

۱۴) سهمی به معادله $y^2 - 4x = 4y$ داده شده است. مختصات راس و کانون و معادله خط هادی سهمی را به دست آورید.

(امتحان نهایی هندسه ۳ شهریور ۱۴۰۳)

۱۵) معادله دایره ای را بنویسید که $O(1, -1)$ مرکز آن بوده و روی خط به معادله $3 - 4y = 2$ و تری به طول ۶ جدا کند. (۱.۲۵)



@bartarhakanoon

(امتحان نهایی هندسه ۳ شهریور ۱۴۰۳)

۱۶) معادله سهمی را بنویسید که خط هادی آن $y = 2$ و کانون آن $F(1, -4)$ باشد. (۱)

(امتحان نهایی هندسه ۳ خرداد ۱۴۰۳)

۱۷) وضعیت دو دایره $C: x^2 + y^2 - 2x + 2y + 1 = 0$ و $C': (x + 3)^2 + (y - 2)^2 = 4$ را نسبت به همدیگر مشخص کنید. (۱.۵)

(امتحان نهایی هندسه ۳ خرداد ۱۴۰۴)

۱۸) معادله دایره ای را بنویسید که نقطه $O(-1, 2)$ مرکز آن بوده و بر خط $4x - 3y + 5 = 0$ مماس باشد. (۱.۲۵)

(امتحان نهایی هندسه ۳ خرداد ۱۴۰۴)



@bartarhakanoon

پاسخنامه

(۱) سهمی

(۲)

$$R = OM = \sqrt{(1-2)^2 + (1-3)^2} = \sqrt{5} \quad (۰/۵)$$

$$(x-2)^2 + (y-3)^2 = 5 \quad (۰/۵)$$

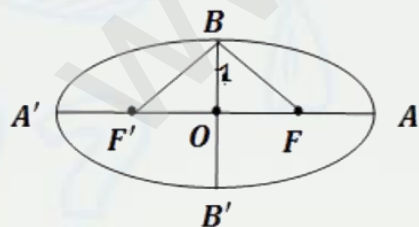
(۳)

$$x^2 + y^2 - 2x - 2y = 3 \longrightarrow (x-1)^2 + (y-1)^2 = 5 \longrightarrow O = (1,1) \quad (۰/۵)$$

$$m' = \frac{1}{m} = \frac{-1}{2} \quad (۰/۲۵) \quad \text{شیب خط مماس} \quad m_{OA} = \frac{3-1}{2-1} = 2 \quad (۰/۲۵)$$

$$y-2 = \frac{-1}{2}(x-3) \quad (۰/۵)$$

(۴)



$$a = 2b \rightarrow c^2 = a^2 - b^2 = 4b^2 - b^2 = 3b^2 \xrightarrow{(۰/۲۵)} c = \sqrt{3}b \quad (۰/۲۵)$$

$$\tan B_1 = \frac{OF}{OB} = \frac{c}{b} = \frac{\sqrt{3}b}{b} = \sqrt{3} \xrightarrow{(۰/۲۵)} B_1 = 60^\circ \xrightarrow{(۰/۲۵)}$$

$$\angle FBF' = 2 \times 60 = 120^\circ \quad (۰/۲۵)$$



(۵)

اگر قطر دهانه دیش را با $2b$ و گودی را با h نمایش دهیم. فاصله کانونی برابر $(0/25)$ $a = \frac{fb^2}{16h}$ است.

$$a = \frac{(2b)(2b)}{16h} = \frac{60 \times 60}{16(9)} = 25 \quad (0/5) \quad \text{با جایگذاری در رابطه فوق داریم: } h = 9, 2b = 60$$

(۶)

الف) با استفاده از جایگاه رأس و خط هادی سهمی قائم در دستگاه مختصات خواهیم داشت: $a = 4$ $(0/25)$
دهانه سهمی روبه پایین است و معادله آن برابر است با $(0/5) \quad (x-2)^2 = -4(4)(y-3)$
ب) مختصات کانون سهمی برابر است با $(0/5) \quad F = (2, -1)$.

(۷)

با توجه به جایگاه کانون و معادله خط هادی، سهمی افقی و دهانه آن به سمت چپ می باشد. $(0/25)$
مختصات راس سهمی $A(-1, 2)$ $(0/25)$ ، در این سهمی $a = AF = 2$ $(0/25)$
معادله آن برابر است با: $(0/5) \quad (y-2)^2 = -8(x+1)$ ص ۵۸

(۸)

مکان هندسی نقاطی که از دو نقطه A و B به یک فاصله اند عمود منصف پاره خط AB است این خط را رسم می کنیم و
می نامیم. $(0/25)$ مکان هندسی نقاطی که از خط d به فاصله ۳ سانتی متر هستند دو خط d' و d'' می باشند که موازی
 D هستند. $(0/25)$ محل برخورد دو خط d' و d'' با خط l جواب مساله است.

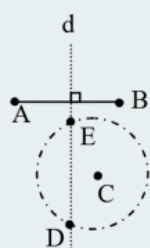
الف- اگر خط l دو خط d' و d'' را قطع کند مسله دو جواب دارد $(0/25)$

ب- اگر خط l بر یکی از دو خط d' و d'' منطبق باشد مسله بی شمار جواب دارد $(0/25)$

پ- اگر خط l هیچ یک از دو خط d' و d'' را قطع نکند مسله جواب ندارد. $(0/25)$



مکان هندسی نقاطی که از A و B به یک فاصله اند، عمود منصف پاره خط AB است. (۰/۲۵) و مکان هندسی



نقاطی که از نقطه C به فاصله ۳ واحد باشد، دایره‌ای به مرکز C و شعاع ۳ است. (۰/۲۵)

بنابراین نقطه برخورد خط عمود منصف (d) و دایره جواب مسئله است. (نقاط E و D)

الف) اگر خط عمود منصف (d) و دایره یکدیگر را در دو نقطه قطع کنند

مسئله دو جواب دارد (۰/۲۵).

ص ۳۹

ب) اگر مماس شوند مسئله یک جواب دارد (۰/۲۵).

رسم شکل (۰/۲۵)

پ) در صورتی که یکدیگر را قطع نکنند مسئله جواب ندارد (۰/۲۵).

$$x^2 + y^2 - 2y - 3 = 0 \Rightarrow O(0, 1) \text{ و } r = \frac{1}{2} \sqrt{4 + 12} = 2 \quad (0/5)$$

$$OH = \frac{|0 + 1 - 3|}{\sqrt{1 + 1}} = \sqrt{2} < 2 \quad (0/5)$$

(/ ۲۵)

مکان هندسی نقاطی که از دو نقطه A و B به یک فاصله اند، عمود منصف پاره خط AB و مکان هندسی

نقاطی که از نقطه C به فاصله ۲cm باشند، دایره‌ای به مرکز نقطه C و شعاع ۲cm است..

فصل مشترک دو مکان هندسی مورد نظر جواب مسأله است.

الف) اگر عمود منصف پاره خط AB دایره به مرکز C و شعاع ۲cm را قطع کند، مسأله دو جواب دارد

ب) اگر عمود منصف پاره خط AB دایره به مرکز C و شعاع ۲cm مماس باشد، مسأله یک جواب دارد.

پ) اگر عمود منصف پاره خط AB دایره به مرکز C و شعاع ۲cm را قطع نکند، مسأله فاقد جواب است



(12)

چون دایره بر محورهای مختصات مماس است، پس: $R=2$ (۵/۲) $M(2,2)$ (۵/۲)
 $(x-2)^2 + (y-2)^2 = 4$ (۵/۲) $\rightarrow x^2 + y^2 - 4x - 4y + 4 = 0$ (۵/۲)

(۱۶)

$$S = (1, 3) \quad (o/25), \quad a=1 \quad (o/25) \Rightarrow (x-1)^2 = -4(y+3) \quad (o/5)$$

(۱۷)

$$\left. \begin{array}{l} \underbrace{O(1, -1)}_{(o/25)} \\ \underbrace{r=1}_{(o/25)} \end{array} \right\} \quad \underbrace{O'(-3, 2)}_{(o/25)} \Rightarrow \underbrace{OO'=5}_{(o/25)} \quad \left. \begin{array}{l} \underbrace{r'=2}_{(o/25)} \end{array} \right\} \xrightarrow{OO' > r+r'} \underbrace{\text{دو دایره متخارج هستند.}}_{(o/25)}$$

(۱۸)

$$\text{شعاع: } r = \underbrace{\frac{|-4-6+5|}{\sqrt{16+9}}}_{(o/5)} = 1 \quad : \quad \underbrace{(x+1)^2 + (y-2)^2 = 1}_{(o/75)}$$



@bartarhakanoon