

سوالات مبحث محور امتحان نهایی

درس حسابان 2، رشته ریاضی فصل 3، حدهای نامتناهی - حد در پینهایت

(پاسخنامه در انتهای مطلب)

گردآوری: سجاد مردانی، رتبه 425 منطقه 1 کنکور ریاضی 1404، دانشجوی مهندسی صنایع دانشگاه صنعتی شریف

1: درستی یا نادرستی هریک از عبارت های زیر را مشخص کنید.

الف) اگر $\lim_{x \rightarrow a} f(x) = +\infty$ و $\lim_{x \rightarrow a} g(x) = 5$ ، آنگاه $\lim_{x \rightarrow a} (f(x) + g(x))$ برابر با 5 است.

(امتحان نهایی حسابان 2 شهریور 1404)

ب) حاصل حد $\lim_{x \rightarrow \pi^+} \frac{1}{\sin x}$ برابر با $-\infty$ است.

(امتحان نهایی حسابان 2 دی 1402)

2: جاهای خالی را با عبارت یا عدد مناسب پر کنید

الف) حاصل حد $\lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{1}{|x|}$ برابر با : است.

(امتحان نهایی حسابان 2 شهریور 1404)

ب) حاصل $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} \frac{x+1}{\tan x}$ برابر با : است.

(امتحان نهایی حسابان 2 شهریور 1403)

پ) حاصل $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi^+}{2}} \tan x$ برابر با : است.

(امتحان نهایی حسابان 2 خرداد 1403)



ت) مجانب های افقی تابع $y = \frac{|x|+1}{2x-1}$ برابر با : و است.

(امتحان نهایی حسابان 2 شهریور 1402)

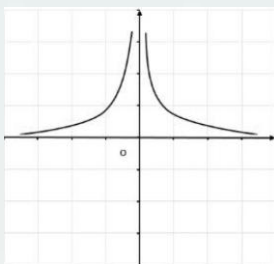
ث) اگر $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{mx^2+x}{2x^2+3} = 7$ آنگاه m برابر با عدد است.

(امتحان نهایی حسابان 2 خرداد 1402)

ج) حاصل $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} \left(\frac{x+1}{\tan x} \right)$ برابر با : است.

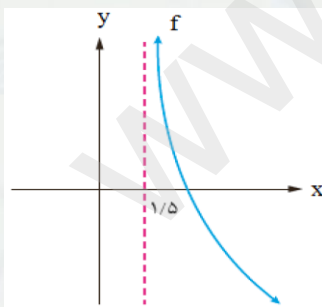
(امتحان نهایی حسابان 2 دی 1401)

چ) با توجه به شکل مقابل حد تابع $f(x) = \frac{1}{|x|}$ در $x=0$ برابر است با :



(امتحان نهایی حسابان 2 خرداد 1400)

ح) با توجه به نمودار تابع f حاصل $\lim_{x \rightarrow (1.5)^+} f(x)$ برابر با : است.



(امتحان نهایی حسابان 2 دی 1400)



3: حاصل حد های زیر را به دست آورید:

(الف)

$$\lim_{x \rightarrow 3^-} \frac{[x] - 3}{3 - x}$$

(امتحان نهایی حسابان 2 شهریور 1404)

(ب)

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{-4x^3 + 2x^2 + 1}{1 + 8x - x^2}$$

(امتحان نهایی حسابان 2 شهریور 1404)

(پ)

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{[x] + \cos x}{\sin x}$$

(امتحان نهایی حسابان 2 خرداد 1404)

(ت)

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{-4x^3 + 5x + 2}{7x^3 + 3x^2}$$

(امتحان نهایی حسابان 2 خرداد 1404)

(ث)

$$\lim_{x \rightarrow (\frac{\pi}{4})^+} \frac{[x]}{\cos x}$$

(امتحان نهایی حسابان 2 دی 1404)



(ج)

$$\lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{1 - x^4}{2x^2 + 3x + 1}$$

(امتحان نهایی حسابان 2 دی 1404)

(چ)

$$\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x + 1}{(x - 3)^2}$$

(امتحان نهایی حسابان 2 شهریور 1403)

(ه)

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x^3 - 4x^2}{-x^3|x| - 2}$$

(امتحان نهایی حسابان 2 شهریور 1403)

(خ)

$$\lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{[2x] - 1}{x - 1}$$

(امتحان نهایی حسابان 2 خرداد 1403)

(د)

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2x^2 - 3x}{1 - x^2}$$

(امتحان نهایی حسابان 2 خرداد 1403)

(ذ)

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} -3x^3 + 2x + 1$$

(امتحان نهایی حسابان 2 خرداد 1403)



(ر)

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x - 7}{x^5 - 4x + 3}$$

(امتحان نهایی حسابان 2 دی 1403)

(ز)

$$\lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{\sin^2 x + x}{x^2}$$

(امتحان نهایی حسابان 2 دی 1403)

(ژ)

$$\lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{[x] - 1}{(x - 1)^2}$$

(امتحان نهایی حسابان 2 شهریور 1402)

(س)

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^4 + 3x - 1}{2 + x - x^4}$$

(امتحان نهایی حسابان 2 شهریور 1402)

(ش)

$$\lim_{x \rightarrow (\frac{1}{2})^-} \frac{5x}{|2x - 1|}$$

(امتحان نهایی حسابان 2 خرداد 1402)

(ص)

$$\lim_{x \rightarrow (-3)^-} \frac{x + 3}{x^2 + 6x + 9}$$



(امتحان نهایی حسابان 2 خرداد 1402)

(ض)

$$\lim_{x \rightarrow (-5)^-} \frac{x^2 + 2x - 15}{x^2 + 10x + 25}$$

(امتحان نهایی حسابان 2 دی 1402)

(ط)

$$\lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{4 + x^2 - x}{5 - 2x^2}$$

(امتحان نهایی حسابان 2 دی 1402)

(ظ)

$$\lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{[x] - 2}{x - 2}$$

(امتحان نهایی حسابان 2 شهریور 1401)

(ع)

$$\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}^+} \frac{2}{\tan x}$$

(امتحان نهایی حسابان 2 شهریور 1401)

(غ)

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{-x^2 + 2x + 1}{4x - 1}$$

(امتحان نهایی حسابان 2 شهریور 1401)

(ف)



$$\lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{x^2 - 4}{(x - 2)^2}$$

(امتحان نهایی حسابان 2 خرداد 1401)

(ق)

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{2x - x^3}{2x - 1}$$

(امتحان نهایی حسابان 2 خرداد 1401)

(ک)

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{\sin 5x + [-x]}{2x}$$

(امتحان نهایی حسابان 2 شهریور 1400)

(گ)

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x^2 + 2}{5 - x}$$

(امتحان نهایی حسابان 2 شهریور 1400)

(ل)

$$\lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{x + 1}{|x - 2|}$$

(امتحان نهایی حسابان 2 خرداد 1400)

(م)

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{3 + \frac{1}{x}}{\frac{4}{x} - 2}$$

(امتحان نهایی حسابان 2 خرداد 1400)



(ن)

$$\lim_{x \rightarrow \frac{1}{3}} \frac{[x] - 2}{|3x - 1|}$$

(امتحان نهایی حسابان 2 دی 1400)

(و)

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \left(\frac{4x + 2}{5 - x} - \frac{8}{x} \right)$$

(امتحان نهایی حسابان 2 دی 1400)

(ه)

$$\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} \left(\frac{x + 1}{\tan x} \right)$$

(امتحان نهایی حسابان 2 شهریور 99)

(ی)

$$\lim_{x \rightarrow \pm\infty} \left(\frac{x^2 + 1}{x^3 + 2x^2 + 1} \right)$$

(امتحان نهایی حسابان 2 شهریور 99)

(الف الف)

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} \left(\frac{x^2 + x}{x^2} \right)$$

(امتحان نهایی حسابان 2 خرداد 99)

(الف ب)



$$\lim_{x \rightarrow \pm\infty} \left(\frac{2x^2 - x + 1}{4x^3 + 2x - 1} \right)$$

(امتحان نهایی حسابان 2 خرداد 99)

الف پ)

$$\lim_{x \rightarrow (1)^-} \frac{[x] + 1}{x + 1}$$

(امتحان نهایی حسابان 2 دی 99)

الف ت)

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{5x - x^3}{3x^2 + 2}$$

(امتحان نهایی حسابان 2 دی 99)

4:

کدام شکل زیر وضعیت نمودار تابع $f(x) = \frac{1}{1 - \cos x}$ را در همسایگی $x = 0$ نمایش می‌دهد؟ (شماره

شکل مربوط به آن را در پاسخ‌برگ بنویسید.)



(امتحان نهایی حسابان 2 خرداد 1404)

5: مجانب‌های قائم و افقی نمودار تابع زیر را در صورت وجود به دست آورید.

$$y = \frac{3x^2 - 3}{2x^2 - 3x + 1}$$



Kanoon.Ir

(امتحان نهایی حسابان 2 دی 1404)

6: مجانب های قائم و افقی نمودار تابع $f(x) = \frac{x-3}{x^2-9}$ را در صورت وجود به دست آورید، سپس وضعیت نمودار تابع f را در همسایگی مجانب قائم آن نمایش دهید.

(امتحان نهایی حسابان 2 شهریور 1403)

7: مجانب های قائم و افقی نمودار تابع $f(x) = \frac{2x-1}{x^3+2x}$ را در صورت وجود به دست آورید، سپس وضعیت نمودار تابع f را در همسایگی مجانب قائم آن نمایش دهید.

(امتحان نهایی حسابان 2 خرداد 1403)

8: الف) مجانب های قائم و افقی نمودار تابع $f(x) = \frac{x^2+1}{x^3-1}$ را در صورت وجود به دست آورید ب) وضعیت نمودار تابع f را در همسایگی مجانب قائم آن نمایش دهید.

(امتحان نهایی حسابان 2 دی 1403)

9: الف) مجانب قائم منحنی تابع $f(x) = \frac{1}{x-|x|}$ را به دست آورید.

(امتحان نهایی حسابان 2 شهریور 1402)

10: مجانب های قائم و افقی نمودار تابع $f(x) = \frac{3x-5}{x^2+2}$ را در صورت وجود به دست آورید

(امتحان نهایی حسابان 2 خرداد 1402)

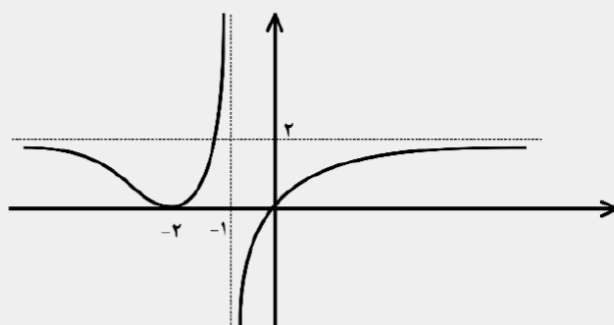
11: مجانب های قائم و افقی نمودار تابع $f(x) = \frac{x^2-1}{4-3x-x^2}$ را در صورت وجود به دست آورید

(امتحان نهایی حسابان 2 دی 1402)

12:



با توجه به نمودار تابع f ، موارد زیر را به دست آورید.



الف) $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} f(x)$

ب) $\begin{cases} \lim_{x \rightarrow -1^+} f(x) \\ \lim_{x \rightarrow -1^-} f(x) \end{cases}$

(امتحان نهایی حسابان 2 شهریور 1401)

13: اگر خط $y=2$ مجانب افقی تابع $f(x) = \frac{ax^2+1}{2x^2-3}$ باشد، مقدار a را بیابید

(امتحان نهایی حسابان 2 شهریور 1401)

14: مجانب های قائم و افقی نمودار تابع $f(x) = \frac{1-x^2}{x^2+x}$ را در صورت وجود به دست آورید

(امتحان نهایی حسابان 2 خرداد 1401)

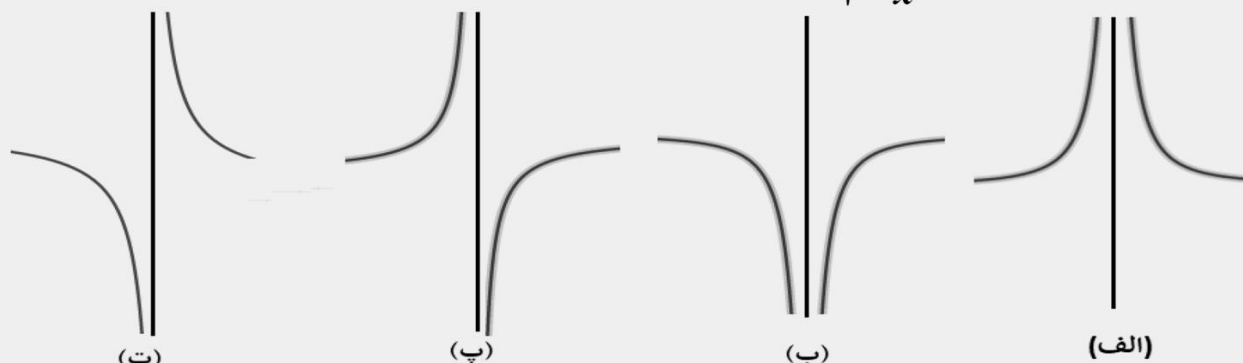
15: الف) اگر $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{ax-3}{(2-x)^3} = +\infty$ باشد، حدود a را تعیین کنید.

ب) مجانب افقی تابع $f(x) = \frac{x-4x^3}{x^3+5}$ را به دست آورید

(امتحان نهایی حسابان 2 دی 1401)

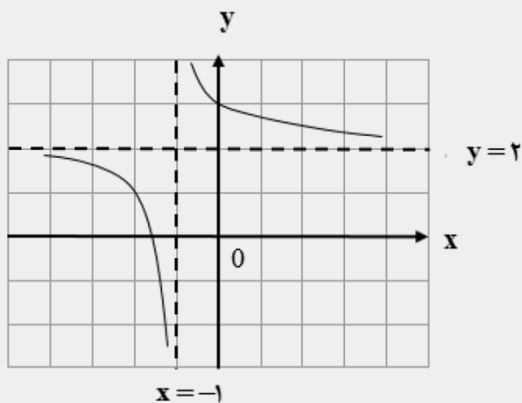
16:

کدام شکل وضعیت نمودار تابع $f(x) = \frac{x^2}{4-x}$ ، در نزدیکی مجانب قائم آن است؟ دلیل خود را بنویسید.



(امتحان نهایی حسابان 2 دی 1401)

17:



اگر نمودار تابع $f(x) = \frac{(a+1)x+7}{2x+b}$ به صورت مقابل باشد، آنگاه مقدار $a+b$ را پیدا کنید.

(امتحان نهایی حسابان 2 شهریور 1400)

18: مجانب های قائم و افقی نمودار تابع $f(x) = \frac{x+1}{x^2+3}$ را در صورت وجود به دست آورید

(امتحان نهایی حسابان 2 شهریور 1400)

19: مجانب های قائم و افقی نمودار تابع $f(x) = \frac{1-2x^2}{x^2-1}$ را در صورت وجود به دست آورید

(امتحان نهایی حسابان 2 خرداد 1400)

20: مجانب های قائم و افقی نمودار تابع $f(x) = \frac{x}{x^2-9}$ را در صورت وجود به دست آورید

(امتحان نهایی حسابان 2 دی 1400)

21: اگر رفتار تابع $f(x) = \frac{x+3}{x^2+bx+c}$ در اطراف نقطه $x=-1$ به صورت زیر باشد، مقادیر b, c را به دست آورید



(امتحان نهایی حسابان 2 شهریور 99)



22: نمودار تابع $f(x) = \frac{x+1}{x^3+x}$ در نزدیکی مجانب قائم آن به چه صورتی می باشد؟

(امتحان نهایی حسابان 2 شهریور 99)

23: نمودار تابع f را به گونه ای رسم کنید که تمام شرایط زیر را دارا باشد

$$f(1)=f(-2)=0$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} f(x) = -\infty, \quad \lim_{x \rightarrow 2^+} f(x) = +\infty$$

$y=-1$ مجانب افقی آن باشد

(امتحان نهایی حسابان 2 خرداد 99)

24: مجانب های قائم و افقی نمودار تابع $f(x) = \frac{x}{x^3-4}$ را در صورت وجود به دست آورید

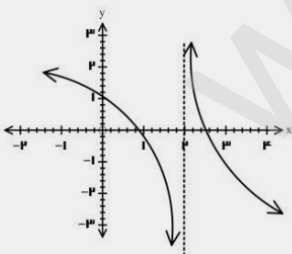
(امتحان نهایی حسابان 2 خرداد 99)

25: مجانب های قائم و افقی نمودار تابع $f(x) = \frac{4x^2+1}{2x^2+x}$ را در صورت وجود به دست آورید

(امتحان نهایی حسابان 2 دی 99)

26:

در نمودار تابع $f(x)$ موارد زیر را مشخص کنید.



الف) $\lim_{x \rightarrow 2^+} f(x) = ?$

ب) $\lim_{x \rightarrow 2^-} f(x) = ?$

(امتحان نهایی حسابان 2 دی 99)



پاسخنامه

1: الف) نادرست ب) درست

2: الف) $+\infty$ ب) صفر یا 0 پ) $-\infty$ ت) $y = -\frac{1}{2}$, $y = \frac{1}{2}$ ث) 14 ج) صفر چ) $+\infty$ ح) $+\infty$

3: الف)

$$\lim_{x \rightarrow 3} -\frac{[x] - 3}{3 - x} = \frac{-1}{0^+} = -\infty$$

ب)

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{-4x^3 + 2x^2 + 1}{1 + 8x - x^2} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{-4x^3}{-x^2} = \lim_{x \rightarrow -\infty} 4x = -\infty$$

پ)

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{[x] + \cos x}{\sin x} = \frac{\overbrace{[x] + \cos x}^{(0/25)}}{\underbrace{\sin x}_{0^+}} = +\infty \quad (0/25)$$

روش اول: (صفحه ۵۳)

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{[x] + \cos x}{\sin x} = \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{\overbrace{[x] + \cos x}^{(0/25)}}{\underbrace{\sin x}_{(0/25)}} = \lim_{x \rightarrow 0^+} \left(\frac{[x]}{\sin x} + \cot x \right) = \overbrace{0 + \infty}^{(0/25)} = +\infty \quad (0/25)$$

روش دوم:

ت)



$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{-4x^2 + 5x + 2}{7x^2 + 3x^2} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{-4x^2}{7x^2} = \frac{-4}{7} \quad (0/5) \quad \text{روش اول: (صفحه ۶۶)}$$

توضیحات جهت نمره گذاری: اگر فقط عبارت $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{-4x^2}{7x^2}$ در پاسخ برگ نوشته شود، (۰/۲۵) تعلق گیرد.

(ث)

$$\lim_{x \rightarrow (\frac{\pi}{2})^+} \frac{[x]}{\cos x} = \frac{1}{0^-} = -\infty \quad \begin{matrix} (0/25) \\ (0/25) \end{matrix}$$

(ج)

$$\lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{1-x^2}{2x^2+3x+1} = \lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{-x^2}{2x^2} = \lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{-x^2}{2} = -\infty \quad \begin{matrix} (0/25) \\ (0/25) \end{matrix}$$

(چ)

$$\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x+1}{(x-3)^2} = \frac{4}{0^+} = +\infty$$

(ه)

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x^3}{-x^3(-x)} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x^3}{x^4} = 0 \quad \square$$

(خ)

$$\lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{[2x]-1}{x-1} = \frac{1}{0^+} = +\infty$$

(د)



$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2x^2 - 3x}{1 - x^2} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2x^2}{-x^2} = -2$$

(ذ)

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} (-2x^3 + 3x + 1) = \lim_{x \rightarrow -\infty} -2x^3 = +\infty$$

(ر)

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x - 7}{x^5 - 4x + 3} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x}{\underbrace{x^5}_{\cdot/25}} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{1}{x^4} = 0 \quad (\cdot/25)$$

(ز)

$$\lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{\sin^2 x + x}{x^2} = \lim_{x \rightarrow 0^-} \underbrace{\frac{\sin^2 x}{x^2}}_{\cdot/25} + \underbrace{\frac{1}{x}}_{\cdot/25} = 1 + \frac{1}{0^-} = 1 - \infty = -\infty \quad (\cdot/25)$$

(ژ)

$$\lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{-1}{0^+} = -\infty \quad (\cdot/75)$$

(س)

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^2}{-x^2} = -1 \quad (\cdot/75)$$

(ش)

$$\frac{5}{0^+} = +\infty \quad (\cdot/5)$$



(ص)

$$\lim_{x \rightarrow (-3)^-} \underbrace{\frac{(x+3)}{(x+3)^2}}_{(0/25)} = \frac{1}{0^-} = -\infty \quad (0/5)$$

(ض)

$$\lim_{x \rightarrow (-5)^-} \frac{x^2 + 2x - 15}{x^2 + 10x + 25} = \lim_{x \rightarrow -5^-} \underbrace{\frac{(x+5)(x-3)}{(x+5)(x+5)}}_{(0/25)} = \frac{-8}{\underbrace{-}_{(0/25)}} = +\infty \quad (0/25)$$

(ط)

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^2 - x + 4}{-2x^2 + 5} = \lim_{x \rightarrow \infty} \underbrace{\frac{x^2}{-2x^2}}_{(0/25)} = -\frac{1}{2} \quad (0/25)$$

(ظ)

$$\frac{1-2}{2^- - 2} = \frac{-1}{0^-} = +\infty \quad (0/5)$$

(ع)

$$\frac{2}{\tan(\frac{\pi}{2})^+} = \frac{2}{-\infty} = 0 \quad (0/5)$$

(غ)

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{-x^2}{4x} = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{-x}{4} = +\infty \quad (0/5)$$

(ف)



$$\lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{(x-2)(x+2)}{(x-2)^2} = \frac{+4}{0^+} = +\infty$$

(ق)

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{-x^2}{2} = -\infty$$

(ک)

$$\frac{-1}{0^+} = -\infty \quad (0 / \Delta)$$

(گ)

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x^2}{-x} = +\infty \quad (0 / \Delta)$$

(ل)

$$\frac{3}{0^+} = +\infty \quad (0 / \Delta)$$

(م)

$$\frac{3+0}{0-2} = \frac{-3}{2}$$

(ن)

$$\frac{-2}{0^+} = -\infty$$

(و)



(هـ)

$$\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}^+} \tan x = -\infty \quad (\cdot / \cdot \infty) \quad \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}^-} \tan x = +\infty \quad (\cdot / \cdot \infty), \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} (x+1) = \frac{\pi}{2} + 1 \quad (\cdot / \cdot \infty)$$

$$\Rightarrow \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} \frac{x+1}{\tan x} = 0 \quad (\cdot / \cdot \infty)$$

مثال صفحه ۵۳

(ی)

$$\lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{x^2}{x^2} \quad (\cdot / \cdot \infty) = \lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{1}{x} = 0 \quad (\cdot / \cdot \infty)$$

(الف الف)

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{x(x+1)}{x^2} \quad (\cdot / \cdot \infty) = \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{(x+1)}{x} = \frac{1}{0^+} = +\infty \quad (\cdot / \cdot \infty)$$

(الف ب)

$$\lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{2x^2}{4x^2} \quad (\cdot / \cdot \infty) = \lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{1}{2x} = 0 \quad (\cdot / \cdot \infty)$$

(الف پ)

$$\frac{-1}{0^-} = +\infty$$

(الف ت)

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{-x}{x} = +\infty$$



4: شکل شماره (4)

5:

$$\begin{aligned}
 & 2x^2 - 3x + 1 = 0 \Rightarrow x = 1, \quad x = \frac{1}{2} \\
 & \lim_{x \rightarrow 1} \frac{2x^2 - 3}{2x^2 - 3x + 1} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{2x + 3}{2x - 1} = 6 \\
 & \lim_{x \rightarrow \frac{1}{2}} \frac{2x^2 - 3}{2x^2 - 3x + 1} = \pm\infty
 \end{aligned}$$

پس $x=0.5$ تنها مجانب قائم تابع است (0.25)

$$\lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{2x^2 - 3}{2x^2 - 3x + 1} = \lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{2x^2}{2x^2} = 1$$

و $y=1.5$ مجانب افقی تابع است (0.25)

6:

در تابع $f(x) = \frac{(x-3)}{(x-3)(x+3)}$ خط $x=3$ شرایط مجانب قائم را ندارد. $(\lim_{x \rightarrow 3} f(x) = \frac{1}{6})$

$$\begin{aligned}
 \lim_{x \rightarrow -3^-} f(x) &= \frac{1}{-} = -\infty \quad (0/25) \\
 \lim_{x \rightarrow -3^+} f(x) &= \frac{1}{+} = +\infty \quad (0/25)
 \end{aligned}$$

$\Rightarrow$ مجانب قائم منحنی تابع f است. (0/25)

رسم نمودار (0/5)
(صفحه ۵۸ و ۶۸)

$\lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{x}{x^2} = 0 \Rightarrow y=0$ مجانب افقی (0/25)



:7

$$\left. \begin{aligned} \lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) &= -\infty \quad (0/25) \\ \lim_{x \rightarrow 0^-} f(x) &= +\infty \quad (0/25) \end{aligned} \right\} \Rightarrow x=0 \text{ مجانب قائم } (0/25)$$

رسم شکل (0/25)

$$\lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{2x-1}{x^3+2x} = 0 \Rightarrow y=0 \text{ مجانب افقی} \quad (0/25)$$

(صفحه ۵۷)



توضیحات: اگر دانش آموزی محاسبات حد را برای مجانب قائم ننوشته است اما مجانب قائم و افقی را تعیین کرده و شکل را درست رسم کرده باشد، فقط (0/25) از نمره کل کسر شود.

:8

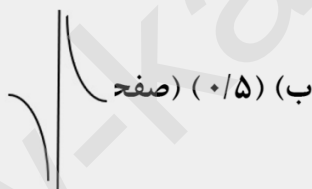
الف) خط $x=1$ مجانب قائم است (0/25) زیرا:

$$\lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{x^2+1}{x^3-1} = \lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{2}{0^-} = -\infty \quad (0/25) \quad \text{و} \quad \lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{x^2+1}{x^3-1} = \lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{2}{0^+} = +\infty \quad (0/25)$$

$$\lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{x^2+1}{x^3-1} = \lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{x^2}{x^3} = 0 \quad (0/25)$$

پس خط $y=0$ مجانب افقی

است. (0/25) (صفحه ۶۹)



ب) (0/5) (صفحه ۶۹)

:9

صفحه ۵۸

$$f(x) = \frac{1}{x-|x|} = \begin{cases} \text{تعریف نشده} & x > 0 \\ \frac{1}{2x} & x < 0 \end{cases} \quad (0/5)$$

(به پاسخ های صحیح از روش رسم نمودار نمره تعلق گیرد.)

$$\lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{1}{2x} = -\infty \Rightarrow x=0 \text{ مجانب قائم} \quad (0/5)$$

:10

$$\lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{3x}{x^2} = 0 \quad (0/25) \Rightarrow y=0 \text{ مجانب افقی} \quad (0/25)$$

$$x^2 + 2 = 0 \Rightarrow x^2 = -2 \quad (0/25) \text{ فاقد مجانب قائم}$$



Kanoon.Ir

:11

$$-x^2 - 3x + 4 = 0 \rightarrow x = 1, x = -4 \quad (0/25)$$

(صفحه ۶۹)

$$x = 1 \Rightarrow \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 - 1}{-x^2 - 3x + 4} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{(x-1)(x+1)}{(x-1)(-x-4)} = -\frac{2}{5} \quad (0/25) \text{ پس قائم نیست}$$

$$x = -4 \Rightarrow \lim_{x \rightarrow -4} \frac{x^2 - 1}{-x^2 - 3x + 4} = \frac{15}{0} = \infty \quad (0/25) \text{ پس } x = -4 \text{ مجانب قائم است.}$$

$$\lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^2 - 1}{4 - 3x - x^2} = -1 \Rightarrow y = -1 \quad (0/25) \quad \text{مجانب افقی}$$

:12 الف) 2

$$\text{ب) } \begin{cases} \lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) = -\infty \\ \lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) = +\infty \end{cases}$$

:13

$$\lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{ax^2 + 1}{2x^2 - 3x} = 2 \Rightarrow \frac{a}{2} = 2 \Rightarrow a = 4$$

:14

$$\lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{-x^2}{x^2} = -1 \quad (0/25) \Rightarrow y = -1 \quad (0/25) \quad \text{مجانب افقی}$$

$$x^2 + x = 0 \quad (0/25) \Rightarrow \begin{cases} x = -1 \quad (0/25) \\ x = 0 \quad (0/25) \end{cases} \quad \begin{matrix} \text{مجانب قائم نیست} \\ \text{مجانب قائم} \end{matrix} \quad (0/25)$$

:15



الف) $\lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{ax - 3}{(2 - x)^2} = \frac{2a - 3}{0^-} = +\infty \text{ (0/25)} \Rightarrow 2a - 3 < 0 \text{ (0/25)} \Rightarrow a < \frac{3}{2} \text{ (0/25)}$

ب) $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{x - 4x^2}{x^2 + 5} = \lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{-4x^2}{x^2} = -4 \text{ (0/5)} \Rightarrow y = -4 \text{ (0/25)}$

:16

$\lim_{x \rightarrow 4^-} \frac{2[x]}{4 - x} = \frac{8}{0^+} = +\infty \text{ (0/5)}$

$\lim_{x \rightarrow 4^+} \frac{2[x]}{4 - x} = \frac{6}{0^-} = -\infty \text{ (0/5)}$

گزینه پ صحیح است. (0/25)

:17

$2x + b = 0 \Rightarrow x = \frac{-b}{2} \text{ (0/25)} \Rightarrow \frac{-b}{2} = -1 \Rightarrow b = 2 \text{ (0/25)}$

$\frac{a+1}{2} = 2 \Rightarrow a = 3 \text{ (0/25)} \quad a+b=5 \text{ (0/25)}$

:18

$x^2 + 3 = 0 \text{ (0/25)} \Rightarrow x^2 = -3 \text{ (0/25)} \Rightarrow \text{مجانِب قائم ندارد}$

$\lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{x+1}{x^2+3} = 0 \text{ (0/25)} \Rightarrow y = 0 \text{ (0/25)} \Rightarrow \text{مجانِب افقی}$

:19

$x^2 - 1 = 0 \text{ (0/25)} \Rightarrow \begin{cases} x=1 & \text{(0/25)} \\ x=-1 & \text{(0/25)} \end{cases} \Rightarrow \text{مجانِب های قائم}$

$\lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{1 - 2x^2}{x^2 - 1} = -2 \text{ (0/25)} \Rightarrow y = -2 \text{ (0/25)} \Rightarrow \text{مجانِب افقی}$

:20



$$\lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{x}{x^2} = \lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{1}{x} = 0 \quad (0/25) \Rightarrow y = 0 \quad (0/5) \quad \text{مجانِب افقی}$$

$$x^2 - 9 = 0 \quad (0/25) \Rightarrow x = \pm 3 \quad (0/5) \quad \text{مجانِب های قائم}$$

:21

$$x = -\frac{b}{2a} = -\frac{b}{2} = -1 \Rightarrow b = 2 \quad (0/5)$$

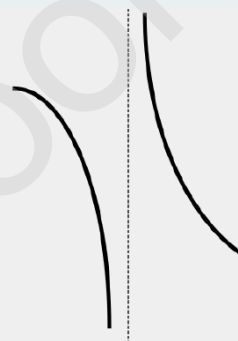
$$(-1)^2 - 2 + c = 0 \Rightarrow c = 1 \quad (0/5)$$

:22

$$x(x^2 + 1) = 0 \Rightarrow x = 0 \quad (0/25)$$

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{x+1}{x^2+x} = +\infty \quad (0/25), \lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{x+1}{x^2+x} = -\infty \quad (0/25)$$

(0.25)



:23

رسم شکل (0/5) نمره

:24

$$\lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{x}{x^2} = \lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{1}{x} = 0 \quad (0/5) \Rightarrow y = 0 \quad (0/5) \quad \text{مجانِب افقی}$$

$$x^2 - 4 = 0 \quad (0/5) \Rightarrow x = \pm 2 \quad (0/5) \quad \text{مجانِب های قائم}$$

:25



$$2x^2 + x = 0 \quad (0/5) \Rightarrow \begin{cases} x=0 & (0/25) \\ x=-\frac{1}{2} & (0/25) \end{cases} \text{مجانبات های قائم}$$

$$y = \lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{4x^2 + 1}{2x^2 + x} = 2 \Rightarrow y = 2 \quad (0/5) \text{مجانبات افقی}$$

:26

الف) $+\infty$ ب) $-\infty$



Kanoon.Ir