

سوالات امتحانات نهایی مبحث محور

درس حسابان ۲ رشته ریاضی- فصل ۲ - مثلثات

گردآورنده: سروش اسماعیلی رتبه ۳۹۵ منطقه یک کنکور ریاضی ۱۴۰۲

(۱)

الف) در بازه $2\pi < \theta < \frac{3\pi}{2}$ مقدار $\tan \theta$ از مقدار $\sin \theta$ کوچکتر است.

(امتحان نهایی حسابان ۲ شهریور ۱۴۰۰)

ب) مقدار تابع سینوس در $x = \frac{\pi}{3}$ تعریف نشده است.

(امتحان نهایی حسابان ۲ شهریور ۱۳۹۹)

۲) جاهای خالی را با عدد یا عبارت مناسب کامل کنید.

الف) اگر دوره تناوب تابع $y = \sin bx$ برابر $\frac{\pi}{3}$ باشد، مقدار b برابر است.

(امتحان نهایی حسابان ۲ خرداد ۱۴۰۲)

ب) دوره تناوب تابع $y = 7 \sin\left(\frac{-\pi}{4} x\right) + 2$ برابر است.

(امتحان نهایی حسابان ۲ خرداد ۱۴۰۱)

ج) دوره تناوب تابع $y = 8 \cos\left(\frac{x}{3}\right)$ برابر با است.

(امتحان نهایی حسابان ۲ خرداد ۱۳۹۹)

۳ دوره تناوب و مقدار ماکزیمم تابع $f(x) = 2 - 3 \sin 4x$ را به دست آورید.

(امتحان نهایی حسابان ۲ خرداد ۱۴۰۴)



@bartarhakanoon

۴) جواب‌های کلی معادله مثلثاتی $\cos 2x = 3 \sin x + 2$ را به دست آورید.

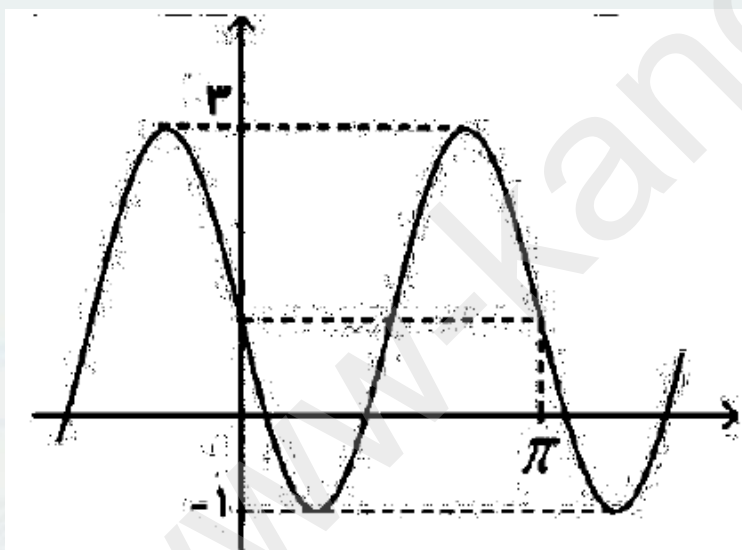
(امتحان نهایی حسابان ۲ خرداد ۱۴۰۴)

۵) اگر $\tan a = \frac{2}{3}$ و $\tan b = -1$ باشد، آن گاه مقدار $\tan(a+b)$ را محاسبه کنید.

(امتحان نهایی حسابان ۲ خرداد ۱۴۰۴)

۶) نمودار داده شده در شکل زیر مربوط به تابع با ضابطه $y = a \sin bx + c$ است. با فرض

$a > 0$ مقادیر a و b و c را به دست آورید.



(امتحان نهایی حسابان ۲ خرداد ۱۴۰۳)

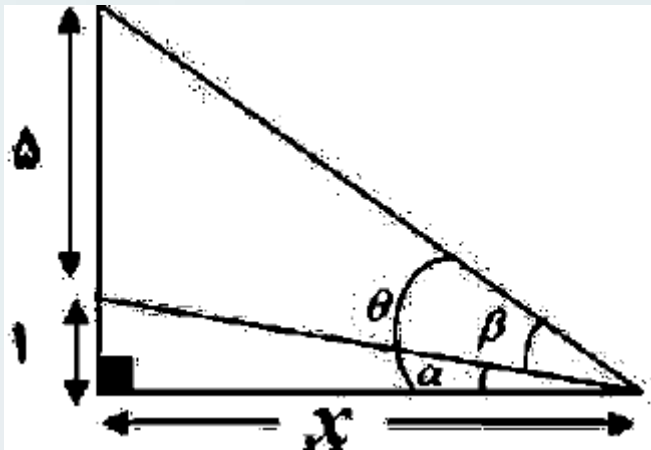
۷) معادله $\sin 2x = \sin x$ را حل کنید.

(امتحان نهایی حسابان ۲ خرداد ۱۴۰۳)



@bartarhakanoon

۸) نشان دهید در شکل زیر، رابطه بین زاویه β و x به صورت زیر است.



$$\tan \theta = \frac{5x}{x^2 + 6}$$

(امتحان نهایی حسابان ۲ خرداد ۱۴۰۳)

۹) معادله $\sin x \cos x = \frac{1}{4}$ را حل کنید.

(امتحان نهایی حسابان ۲ خرداد ۱۴۰۲)

۱۰) معادله مثلثاتی $\sin 2x - \cos x = 0$ را حل کنید.

(امتحان نهایی حسابان ۲ خرداد ۱۴۰۱)

۱۱) ضابطه تابع مثلثاتی سینوس با دوره تناوب ۳ و مقادیر ماکزیمم ۵ و مینیمم ۳ را بنویسید.

(امتحان نهایی حسابان ۲ خرداد ۱۴۰۰)

۱۲) معادله مثلثاتی $\sin x - 1 = \cos^2 x$ را حل کنید.

(امتحان نهایی حسابان ۲ خرداد ۱۴۰۰)



@bartarhakanoon

۱۳) مقدار ماکزیمم و مینیمم تابع $y = 1 + 2 \sin 7x$ را به دست آورید.

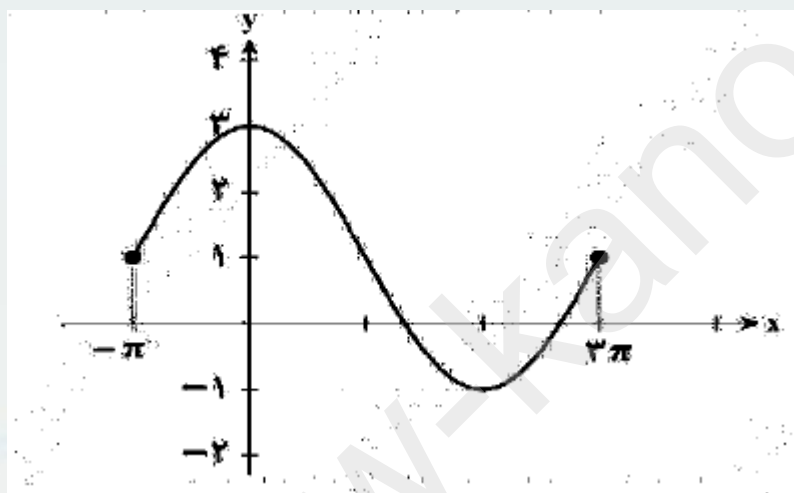
(امتحان نهایی حسابان ۲ خرداد ۱۳۹۹)

۱۴) معادله $2 \sin 3x - \sqrt{2} = 0$ را حل کنید.

(امتحان نهایی حسابان ۲ خرداد ۱۳۹۹)

۱۵) نمودار داده شده در شکل مقابل مربوط به تابع با ضابطه $y = a \cos(bx) + c$ است. اگر

$b < 0$ باشد، مقادیر a ، b و c را به دست آورید. (راه حل نوشته شود).



(امتحان نهایی حسابان ۲ شهریور ۱۴۰۳)

۱۶) معادله مثلثاتی $\tan(5x) = \tan(x)$ را حل کنید. سپس جواب‌هایی از آن را که در بازه $(0, \frac{\pi}{4}]$

قرار دارند، مشخص کنید.

(امتحان نهایی حسابان ۲ شهریور ۱۴۰۳)



@bartarhakanoon

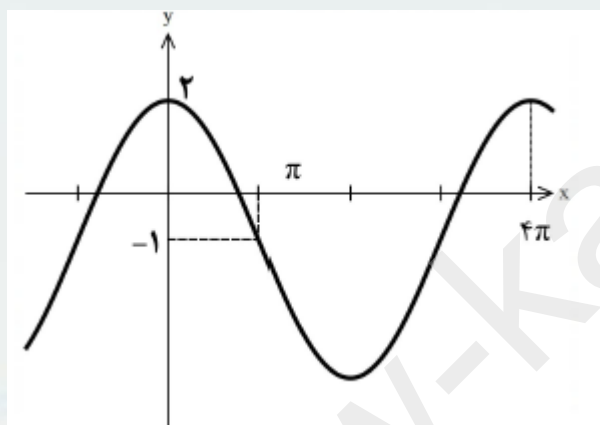
۱۷) اضابطه تابعی به صورت $y = a \cos(bx) + c$ را بنویسید که دوره‌ی تناوب آن ۲، مقدار ماکزیمم آن ۳ و مقدار مینیمم آن -۱ باشد.

(امتحان نهایی حسابان ۲ شهریور ۱۴۰۲)

۱۸) جواب‌های معادله مثلثاتی $4 \sin x + 2\sqrt{3} = 0$ را در بازه $[0, 2\pi]$ به دست آورید.

(امتحان نهایی حسابان ۲ شهریور ۱۴۰۲)

۱۹) نمودار داده شده در شکل مقابل مربوط به تابع با ضابطه $y = a \cos(bx) + c$ است. مقادیر a ، b و c را به دست آورید.



(امتحان نهایی حسابان ۲ دی ۱۴۰۳)

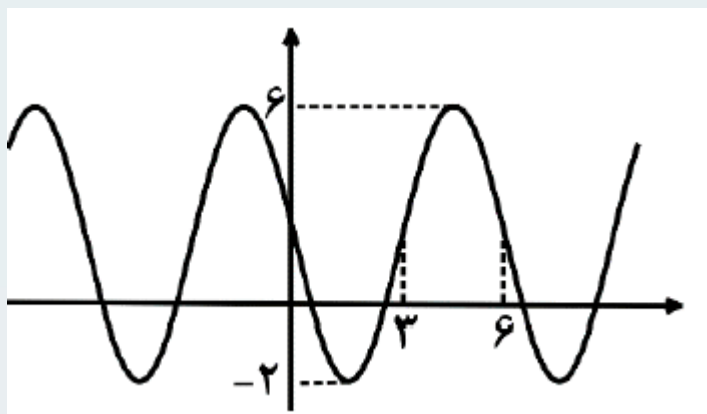
۲۰) معادله $\cos x (2 \cos x - 7) = 4$ را حل کنید.

(امتحان نهایی حسابان ۲ دی ۱۴۰۳)



@bartarhakanoon

(۲۱) نمودار داده شده در شکل مقابل مربوط به تابع با ضابطه $y = a \sin(bx) + c$ است. ضابطه آن را به دست آورید.



(امتحان نهایی حسابان ۲ دی ۱۴۰۲)

(۲۲) $\sqrt{3} \tan 3x - 1 = 0$ را حل کنید.

(امتحان نهایی حسابان ۲ دی ۱۴۰۲)



@bartarhakanoon

پاسخنامه

(۱)

الف) درست ب) نادرست

(۲)

الف) ± 6 ب) ۴ ج) 6π

(۳)

دوره تناوب: T

$$T = \frac{2\pi}{|4|} \quad (0, 25)$$

مقدار ماکزیمم:

$$\max = |-3| + 2 = 3 + 2 = 5 \quad (0/25)$$

(۴)

$$2 + 3 \sin x = 1 - 2 \sin^2 x \Rightarrow (0/25)$$

$$\Rightarrow 2 \sin^2 x + 3 \sin x + 1 = 0$$

$$\sin x = -1 \quad (0/25) \Rightarrow x = 2k\pi - \frac{\pi}{2} \quad (0/25)$$

$$\sin x = -\frac{1}{2} \quad (0/25) \Rightarrow x = 2k\pi - \frac{\pi}{6} \quad (0/25)$$

$$\sin x = -\frac{1}{2} \Rightarrow x = (2k + 1)\pi + \frac{\pi}{6} \quad (0/25)$$



@bartarhakanoon

(۵)

$$\tan(a+b) = \frac{\tan a + \tan b}{1 - (\tan a)(\tan b)} = \frac{\frac{2}{3} + (-1)}{1 - (\frac{2}{3})(-1)} = \frac{-1}{5}$$

(۶)

$$c = 1 \left(\{ \cdot / 25 \} \right)$$

$$|a| = 2 \Rightarrow \{a > \cdot\} \Rightarrow a = 2 \left(\{ \cdot / 25 \} \right)$$

$$T = \pi = \frac{2\pi}{|b|} \left(\{ \cdot / 25 \} \right) \Rightarrow |b| = 2$$

نمودار تابع در ابتدا کاهشی است پس $b < 0$ است و برابر $b = -2$ است.

(۷)

$$2x = 2k\pi + x \left(\{ \cdot / 25 \} \right) \Rightarrow x = 2k\pi$$

$$2x = 2k\pi + \pi - x \left(\{ \cdot / 25 \} \right) \Rightarrow x = \frac{2k\pi}{3} + \frac{\pi}{3}$$

(۸)

$$\tan \beta = \tan(\theta - \alpha) = \frac{\tan \theta - \tan \alpha}{1 + \tan \theta \tan \alpha} = \frac{\frac{6}{x} - \frac{1}{x}}{1 + \frac{6}{x^2}} = \frac{\Delta x}{x^{2+6}}$$



@bartarhakanoon

$$2 \sin x \cos x = \frac{1}{2} \Rightarrow \sin 2x = \frac{1}{2} = \sin\left(\frac{\pi}{6}\right) \text{ (نمره } \cdot/25 \text{)}$$

$$2x = 2k\pi + \frac{\pi}{6} \Rightarrow x = k\pi + \frac{\pi}{12}$$

$$2x = 2k\pi + \pi - \frac{\pi}{6} \Rightarrow x = k\pi + \frac{5\pi}{12}$$

(۱۰)

$$2 \sin x \cos x - \cos x = 0 \text{ (} \cdot/25 \text{)}$$

$$\cos x = 0 \text{ (} \cdot/25 \text{)} \Rightarrow x = k\pi + \frac{\pi}{2} \text{ (} \cdot/25 \text{)}$$

$$\sin x = \frac{1}{2} \text{ (} \cdot/25 \text{)} \Rightarrow x = 2k\pi + \frac{\pi}{6}, x = 2k\pi + \frac{5\pi}{6} \text{ (} \cdot/25 \text{)}$$

(۱۱)

محاسبه $|b|$:

$$|b| = \frac{2\pi}{T} \Rightarrow |b| = \frac{2\pi}{3} \text{ (} \cdot/25 \text{)}$$

محاسبه a و c :

$$c = \frac{5+3}{2} = 4 \text{ (} \cdot/25 \text{)}$$

$$|a| = \frac{5-3}{2} = 1 \Rightarrow a = \pm 1 \text{ (} \cdot/25 \text{)}$$

ضابطه نهایی:

$$y = \sin\left(\frac{2\pi}{3} x\right) + 4 \text{ (} \cdot/25 \text{)} \quad y = -\sin\left(\frac{2\pi}{3} x\right) + 4$$



(١٢)

$$-2 \sin^2 x - \sin x + 3 = 0 \quad (\cdot / 25)$$

$$\sin x = 1 \Rightarrow x = 2k\pi + \frac{\pi}{2}, (\cdot / 5)$$

$$\sin x = -\frac{3}{2} \quad \{\text{قبول قابل غير}\} (\cdot / 25)$$

(١٣)

$$\max y = |a| + c = 2 + 1 = 3 (\cdot / 5)$$

$$\min y = -|a| + c = -2 + 1 = -1 (\cdot / 5)$$

(١٤)

$$\sin 3x = \frac{\sqrt{2}}{2} = \sin \frac{\pi}{4} \quad (\cdot / 5) \Rightarrow \begin{cases} 3x = 2k\pi + \frac{\pi}{4} \\ 3x = 2k\pi + \pi - \frac{\pi}{4} \end{cases} (\cdot / 5) \Rightarrow \begin{cases} x = \frac{2k\pi}{3} + \frac{\pi}{12} \\ x = \frac{2k\pi}{3} + \frac{\pi}{4} \end{cases} (k \in \mathbb{Z}) (\cdot / 5)$$

مثال ص ٣٩

(١٥)

$$\left. \begin{array}{l} -|a| + c = -1 (\cdot / 25) \\ |a| + c = 3 (\cdot / 25) \end{array} \right\} \begin{array}{l} C=1, |a|=2 \Rightarrow a=2 (\cdot / 5) \end{array}$$

$$T = 4\pi \Rightarrow \frac{2\pi}{|b|} = 4\pi \Rightarrow |b| = \frac{1}{2} \Rightarrow \{b < 0\} \Rightarrow b = -\frac{1}{2}$$



@bartarhakanoon

(۱۶)

$$\Delta x = k\pi + x \Rightarrow \forall x = k\pi \Rightarrow x = \frac{k\pi}{\varphi} \quad k \in \mathbb{Z} \quad k \neq \varphi q + \varphi$$

$$k = \cdot \Rightarrow x = \cdot$$

$$k = ۱ \Rightarrow x = \frac{\pi}{\varphi}$$

(۱۷)

$$T = \frac{\varphi\pi}{b} = \varphi \Rightarrow |b| = \pi(\{\cdot/\Delta\})$$

$$|a| = \varphi(\{\cdot/\varphi\Delta\}), \quad c = ۱(\{\cdot/\varphi\Delta\})$$

$$\Rightarrow y = -\varphi \cos(\pi x) + ۱ \{ \cdot \} \quad y = \varphi \cos(\pi x) + ۱(\{\cdot/\Delta\})$$

(۱۸)

$$\varphi \sin x + \varphi\sqrt{\varphi} = 0 \Rightarrow \underbrace{\sin x = -\frac{\sqrt{\varphi}}{\varphi}}_{(\cdot/\varphi\Delta)} \Rightarrow \underbrace{\sin x = \sin(-\frac{\pi}{\varphi})}_{(\cdot/\varphi\Delta)}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x = \varphi k\pi - \frac{\pi}{\varphi} & (\cdot/\varphi\Delta) \\ x = \varphi k\pi + \frac{\varphi\pi}{\varphi} & (\cdot/\varphi\Delta) \end{cases} \quad (k \in \mathbb{Z}) \quad [0, \varphi\pi] \Rightarrow \begin{cases} x = \frac{\Delta\pi}{\varphi} & (\cdot/\varphi\Delta) \\ x = \frac{\varphi\pi}{\varphi} & (\cdot/\varphi\Delta) \end{cases}$$

(۱۹)

$$T = \varphi\pi \Rightarrow \frac{\varphi\pi}{\varphi} = \varphi\pi \Rightarrow |b| = \frac{۱}{\varphi}(\cdot.\varphi\Delta)$$

$$f(\pi) = -۱ \Rightarrow a \cos(b\pi) + c = -۱ \Rightarrow c = -۱$$

$$f(\cdot) = \varphi \Rightarrow a + c = \varphi \Rightarrow \{c = -۱\} \Rightarrow a = \varphi$$



@bartarhakanoon

(۲۰)

$$\cos x(2 \cos x - 1) = 1 \Rightarrow \underbrace{2 \cos^2 x - 1 \cos x - 1}_{\cdot / 2\Delta} = 0 \Rightarrow \begin{cases} \cos x = 1 \times (\cdot / 2\Delta) \\ \cos x = -\frac{1}{2} (\cdot / 2\Delta) \end{cases}$$

$$\underbrace{\cos x = \cos \frac{2\pi}{3}}_{\cdot / 2\Delta} \Rightarrow x = 2k\pi \pm \left(\frac{2\pi}{3}\right) (\cdot / 2\Delta)$$

(۲۱)

$$T = 6 \rightarrow \frac{2\pi}{|b|} = 6 \rightarrow |b| = \frac{\pi}{3} (\cdot / 2\Delta)$$

$$\left. \begin{array}{l} \max = 6 \\ \min = -2 \end{array} \right\} \Rightarrow \begin{cases} |a| + c = 6 \\ -|a| + c = -2 \end{cases} \rightarrow 2c = 4 \rightarrow c = 2 (\cdot / 2\Delta) \Rightarrow |a| = 4 (\cdot / 2\Delta)$$

$$y = a \sin bx + c \rightarrow y = -4 \sin\left(\frac{\pi}{3}x\right) + 2 \quad (\hookrightarrow) \quad y = +4 \sin\left(-\frac{\pi}{3}x\right) + 2 (\cdot / \Delta)$$

(۲۲)

$$\tan 3x = \frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{3}}{3} \cdot \Delta \Rightarrow 3x = k\pi + \frac{\pi}{6} (\cdot 2\Delta) \Rightarrow$$

$$\Rightarrow x = \frac{k\pi}{3} + \frac{\pi}{18} (\cdot \Delta)$$



@bartarhakanoon