

سوالات امتحانات نهایی مبحث محور

درس حسابان ۲ رشته ریاضی- فصل ۱ - تابع

گردآورنده: سروش اسماعیلی رتبه ۳۹۵ منطقه یک کنکور ریاضی ۱۴۰۲

(۱) درستی یا نادرستی جملات زیر را مشخص کنید.

الف) تابع $f(x) = (1-x)^3$ تابعی اکیداً نزولی است.

(امتحان نهایی حسابان ۲ خرداد ۱۴۰۴)

ب) اگر توابع f و g در یک فاصله اکیداً نزولی باشند، تابع $f + g$ نیز در آن فاصله اکیداً نزولی است.

(امتحان نهایی حسابان ۲ خرداد ۱۴۰۳)

پ) اگر $k > 1$ باشد، نمودار $y = f(kx)$ از انبساط افقی نمودار $y = f(x)$ در راستای محور x ها به دست می آید.

(امتحان نهایی حسابان ۲ خرداد ۱۳۹۸)

ج) نمودار تابع $y = x^3$ در بازه $[0, 1]$ ، پایین تر از نمودار تابع $y = x^2$ قرار دارد.

(امتحان نهایی حسابان ۲ خرداد ۱۳۹۹)

د) اگر تابع $f(x)$ در یک فاصله صعودی باشد، آنگاه اکیداً صعودی نیز نخواهد بود.

(امتحان نهایی حسابان ۲ خرداد ۱۳۹۹)

ه) اگر n عدد طبیعی زوج و a عدد حقیقی باشد، آنگاه چندجمله ای $x^n + a^n$ بر $x + a$ بخش پذیر است.

(امتحان نهایی حسابان ۲ شهریور ۱۴۰۳)

و) اگر تابعی صعودی باشد، آهنگ تغییر متوسط آن همواره صعودی است.

(امتحان نهایی حسابان ۲ شهریور ۱۴۰۲)

ی) تابع تانژانت در بازه $(-\pi, \pi)$ ، تابعی صعودی است

(امتحان نهایی حسابان ۲ دی ۱۴۰۲)



۲) جاهای خالی را با عدد یا عبارت مناسب کامل کنید.

الف) تابع $f(x) = (x - 2)^3 + 1$ را در نظر بگیرید. نمودار f^{-1} از ناحیه مختصات عبور نمی کند.

(امتحان نهایی حسابان ۲ خرداد ۱۴۰۳)

ب) دامنه تابع $y = \tan(3x)$ برابر است.

(امتحان نهایی حسابان ۲ خرداد ۱۴۰۲)

ج) به تابعی که در یک بازه فقط صعودی یا نزولی باشد، می گوییم.

(امتحان نهایی حسابان ۲ خرداد ۱۴۰۱)

د) اگر نمودار تابع $f(x) = \sqrt[3]{x}$ را در راستای محور x ها دو واحد به سمت چپ انتقال دهیم و آن را $g(x)$ بنامیم، آنگاه نمودار تابع $g^{\wedge} - 1(x)$ از ناحیه محورهای مختصات نمی گذرد.

(امتحان نهایی حسابان ۲ شهریور ۱۴۰۳)

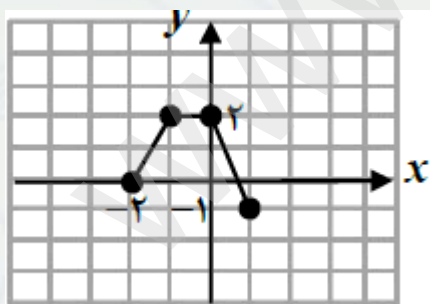
ه) اگر برد تابع $y = \sqrt{x}$ بازه $[0, 2]$ باشد، برد تابع $y = 2 + \sqrt{x-2}$ برابر است.

(امتحان نهایی حسابان ۲ شهریور ۱۴۰۲)

۳) نمودار تابع $y = f(x)$ به صورت زیر است. نمودار $g(x) = 2f(x-1)$ را رسم کرده و دامنه و برد آن را

(امتحان نهایی حسابان ۲ خرداد ۱۳۹۸)

تعیین کنید.



۴) اگر چند جمله ای $f(x) = x^3 + ax - 3$ بر $(x+1)$ بخش پذیر باشد، باقی مانده تقسیم $f(x)$ بر $(x-2)$ را

(امتحان نهایی حسابان ۲ خرداد ۱۳۹۸)

به دست آورید.

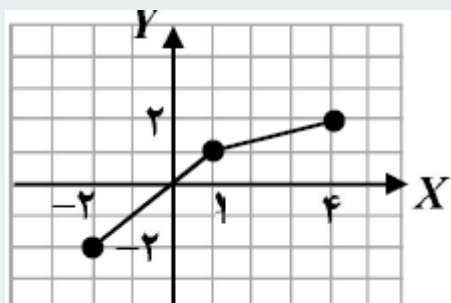


@bartarhakanoon

(۵) چند جمله‌ای $x^4 - 1$ را بر حسب عامل $(x+1)$ تجزیه کنید.

(امتحان نهایی حسابان ۲ خرداد ۱۳۹۸)

(۶) با توجه به نمودار تابع f که در شکل زیر آمده است، نمودار تابع $g(x) = f(2x) - 1$ را رسم کرده و دامنه و برد آن را تعیین کنید.



(امتحان نهایی حسابان ۲ خرداد ۱۳۹۹)

(۷) نمودار تابع $f(x) = x^3 + 2x^2$ را رسم کرده و مشخص کنید در چه بازه‌ای این تابع اکیداً صعودی و در چه بازه‌ای اکیداً نزولی است؟

(امتحان نهایی حسابان ۲ خرداد ۱۳۹۹)

(۸) مقادیر a, b را طوری تعیین کنید که چند جمله‌ای $x^3 + ax^2 + bx + 1$ بر $x^2 - 2x + 1$ بخش پذیر باشد.

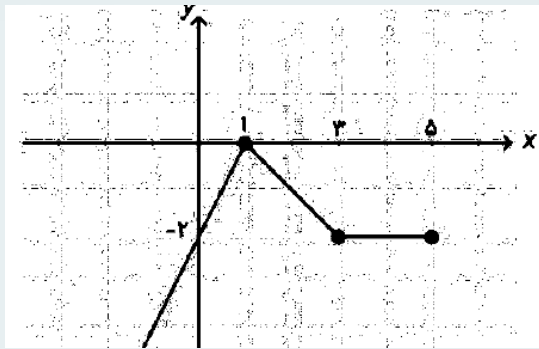
(امتحان نهایی حسابان ۲ خرداد ۱۳۹۹)

(۹) مقادیر a و b را طوری تعیین کنید که چند جمله‌ای $p(x) = 2x^3 + ax^2 - bx + 2$ بر $x+2$ بخش پذیر و باقی مانده تقسیم آن بر $x-1$ برابر با ۲ باشد.

(امتحان نهایی حسابان ۲ خرداد ۱۴۰۴)



۱۰) نمودار تابع $f(x)$ در زیر رسم شده است. نمودار تابع $y = -f(2x - 1)$ را رسم کرده، سپس دامنه و برد تابع حاصل را به دست آورید.»



(امتحان نهایی حسابان ۲ خرداد ۱۴۰۳)

۱۱ الف) اگر چندجمله‌ای $P(x) = x^3 + mx + 2$ بر $x - 2$ بخش پذیر باشد، آنگاه باقی مانده تقسیم $P(x)$ بر $x + 1$ را به دست آورید.

ب) چندجمله‌ای $x^5 - 1$ را طوری تجزیه کنید که $x - 1$ یک عامل آن باشد.

(امتحان نهایی حسابان ۲ خرداد ۱۴۰۳)

۱۲) نمودار تابع $g(x) = x^3 - 3x^2 + 3x$ را به کمک انتقال نمودار $f(x) = x^3$ رسم کنید، سپس اکیداً یکنوایی تابع $g(x)$ را در تمام دامنه خود، بررسی کنید.

(امتحان نهایی حسابان ۲ خرداد ۱۴۰۲)

۱۳) گر چندجمله‌ای $x^2 + ax - 8$ بر $x - a$ بخش پذیر باشد، مقدار a را تعیین کنید.

(امتحان نهایی حسابان ۲ خرداد ۱۴۰۲)

۱۴) ابتدا نمودار تابع $f(x) = x^2 + 2x$ را رسم نمایید، سپس تعیین کنید که این تابع در چه بازه‌ای اکیداً صعودی و در چه بازه‌ای اکیداً نزولی است.

(امتحان نهایی حسابان ۲ خرداد ۱۴۰۱)



@bartarhakanoon

(۱۵) باقی مانده تقسیم چندجمله‌ای $p(x) = 8x^3 - 4x^2 + 2$ بر $2x + 1$ به دست آورید

(امتحان نهایی حسابان ۲ خرداد ۱۴۰۱)

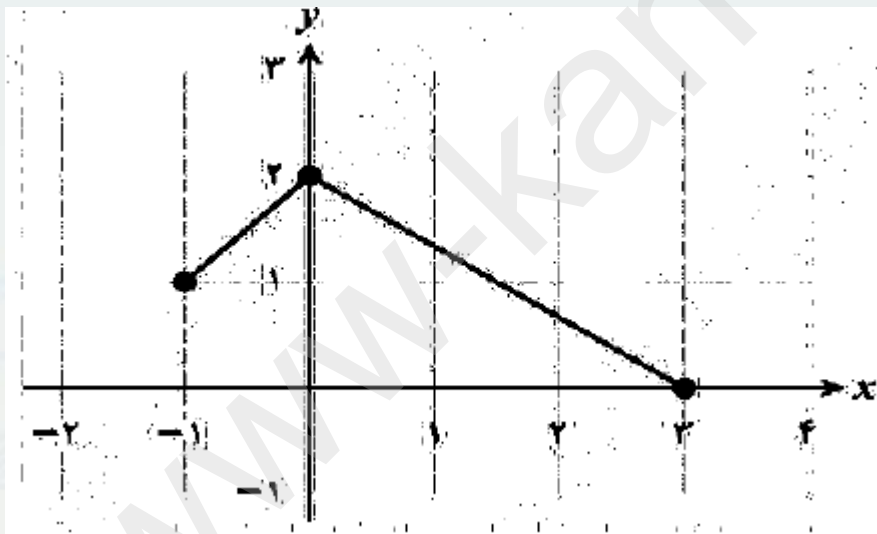
(۱۶) باقی مانده تقسیم عبارت‌های $q(x) = 2x^2 - x + 1$ و $p(x) = x^3 + ax + 1$

بر $(x + 2)$ یکسان می‌باشد. مقدار a را بیابید. (امتحان نهایی حسابان ۲ خرداد ۱۴۰۰)

(۱۷) اگر چندجمله‌ای $p(x) = x^3 + kx^2 + 2$ بر $x - k$ بخش پذیر باشد، مقدار k را بیابید.

(امتحان نهایی حسابان ۲ شهریور ۱۴۰۳)

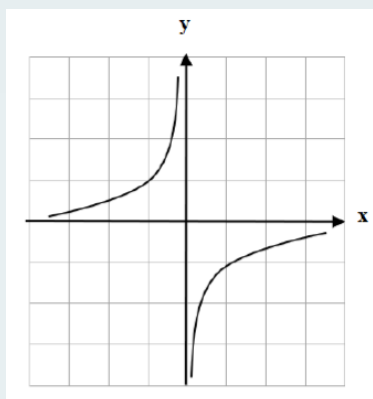
(۱۸) اگر نمودار تابع f به صورت زیر باشد، نمودار تابع $y = f(2x + 1)$ را به کمک آن رسم کنید



اگر دامنه تابع g بازه $[-2, 4]$ باشد، آنگاه دامنه تابع $k(x) = 3g(-2x)$ را به دست آورید

(امتحان نهایی حسابان ۲ شهریور ۱۴۰۳)





۱۹) با توجه به نمودار تابع مقابل، تعیین کنید :

الف) تابع $f(x)$ در چه بازه‌هایی اکیداً یکنوا است.

ب) آیا تابع در کل دامنه خود اکیداً یکنوا است؟

(امتحان نهایی حسابان ۲ شهریور ۱۴۰۲)

۲۰) مقادیر a و b را چنان بیابید که عبارت $(x - 2)$ بر $p(x) = x^3 - ax + b$ بخش پذیر باشد و باقیمانده تقسیم آن بر ۳ برابر $(x + 1)$ باشد.

(امتحان نهایی حسابان ۲ شهریور ۱۴۰۲)

۲۱) نمودار تابع $f(x) = (x-2)^3 + 1$ را به کمک نمودار تابع $y = x^3$ رسم کنید و صعودی یا نزولی بودن تابع f را بررسی کنید.

(امتحان نهایی حسابان ۲ دی ۱۴۰۳)

۲۲) اگر چند جمله‌ای $p(x) = x^2 + a - 2$ بر $(x - a)$ بخش پذیر باشد، مقدار a را بیابید.

(امتحان نهایی حسابان ۲ دی ۱۴۰۳)

۲۳) نمودار تابع $f(x)$ به صورت زیر است. نمودار تابع $g(x) = -3f\left(\frac{x}{4}\right) + 2$ را رسم کرده و سپس برد تابع $g(x)$ را تعیین کنید.

(امتحان نهایی حسابان ۲ دی ۱۴۰۲)

۲۴) اگر باقی مانده تقسیم چندجمله‌ای $P(x) = 3x^2 + mx + 1$ بر $(x - 2)$ برابر ۳ باشد، باقی مانده

تقسیم چندجمله‌ای $f(x) = mx^2 - 3x + 2$ بر $(x + 2)$ را تعیین کنید. (امتحان نهایی حسابان ۲ دی ۱۴۰۲)



@bartarhakanoon

پاسخنامه

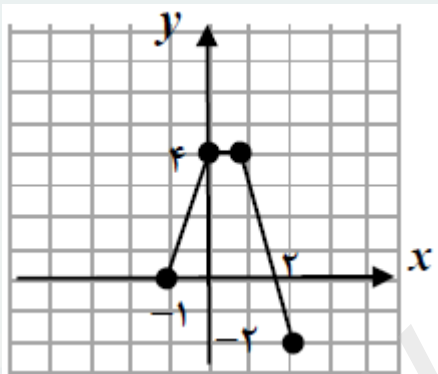
(۱)

الف) درست ب) نادرست پ) نادرست ج) درست د) نادرست ه) نادرست و) نادرست ی) نادرست

(۲)

الف) چهارم ب) $D = \left\{ x \in \mathbb{R} \mid x \neq \frac{k\pi}{3} + \frac{\pi}{6}, k \in \mathbb{Z} \right\}$ ج) یکنوا د) دوم ه) $[2, 4]$

(۳)



$$D_g = [-1, 2]$$

$$R_g = [-2, 4]$$

(۴)

$$f(-1) = 0 \Rightarrow 1 - a - 3 = 0 \Rightarrow a = -2$$

$$f(2) = 4 - 4 - 3 = -3$$

(۵)

$$x^6 - 1 = (x + 1)(x^5 - x^4 + x^3 - x^2 + x - 1)$$

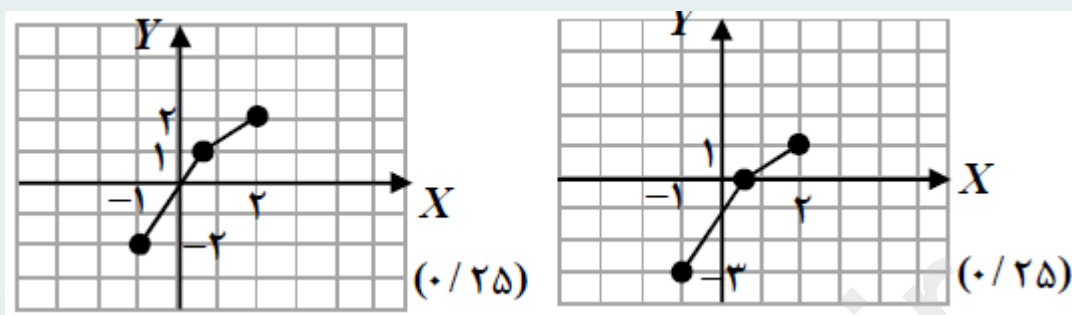
(۶)



@bartarhakanoon

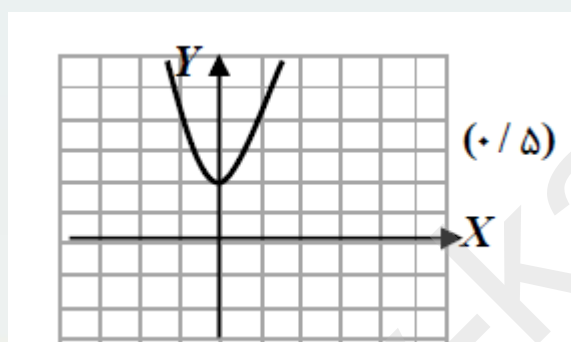
$$D_g = [-1, 2] \quad \bullet$$

$$R_g = [-3, 1] \quad \bullet$$



(7) اکیداً نزولی $(-\infty, 0)$

اکیداً صعودی $(0, +\infty)$



(8)

$$x - 2 = 0 \Rightarrow x = 2 \Rightarrow p(2) = 0 \Rightarrow 4a + 2b = -9 \quad (0/25)$$

$$x + 1 = 0 \Rightarrow x = -1 \Rightarrow p(-1) = 0 \Rightarrow a - b = 0 \quad (0/25)$$

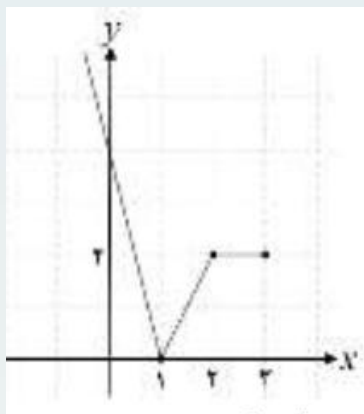
$$a = -\frac{9}{3} \quad (0/25), \quad b = -\frac{9}{3} \quad (0/25)$$



@bartarhakanoon

(۹)

$$\begin{cases} p(-2) = 0 \\ p(1) = 2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 2a + b = 0 \\ a - b = -2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a = 5/3 \\ b = 11/3 \end{cases}$$



(۱۰)

دامنه: $(-\infty, 3]$ برد: $[0, +\infty)$

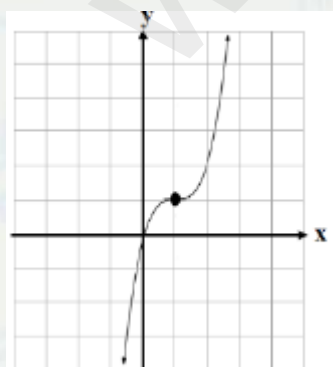
(۱۱)

الف) $P(2) = 0 \Rightarrow 8 + 2m + 2 = 0 \Rightarrow m = -5.$

$P(-1) = 6$

ب) $x^5 - 1 = (x - 1)(x^4 + x^3 + x^2 + x + 1)$

(۱۲)



$$g(x) = x^3 - 3x^2 + 3x - 1 + 1 = (x - 1)^3 + 1$$

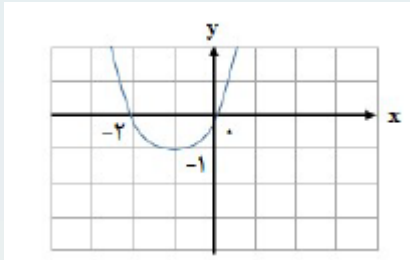
اکیدا صعودی



@bartarhakanoon

(۱۳)

$$x = a \Rightarrow 2a^2 - 4 = 0 \Rightarrow a^2 = 2 \Rightarrow a = \pm\sqrt{2}$$



(۱۴)

اکیدا صعودی: $[-1, +\infty)$

اکیدا نزولی: $(-\infty, -1]$

(۱۵)

$$2x + 1 = 0 \Rightarrow x = -\frac{1}{2} \Rightarrow p\left(-\frac{1}{2}\right) = 0$$

(۱۶)

$$x + 2 = 0 \Rightarrow x = -2 \Rightarrow \begin{cases} p(-2) = -2a - 7 \\ q(-2) = 11 \end{cases} \Rightarrow a = -9$$

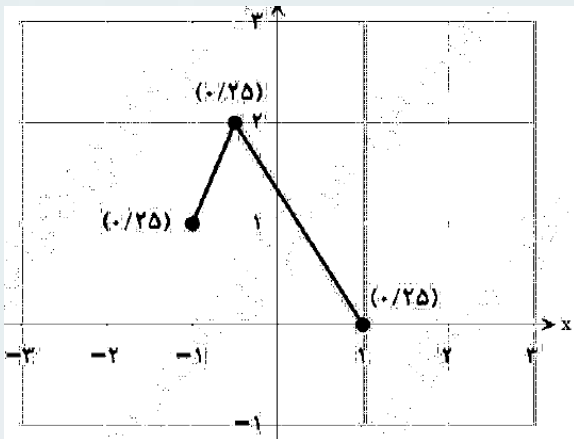
(۱۷)

$$x - k = 0 \Rightarrow x = k \Rightarrow p(k) = 0 \Rightarrow k^3 + k^2 + 2 = 0 \Rightarrow 2k^2 = -2 \Rightarrow k^2 = -1 \Rightarrow k = -1$$



@bartarhakanoon

(۱۸)



ب) $D_k = [-2, 1]$

۱۹) در $(0, +\infty)$ اکیدا یکنوا صعودی و در $(-\infty, 0)$ اکیدا یکنوا صعودی

در کل دامنه یکنوا نیست.

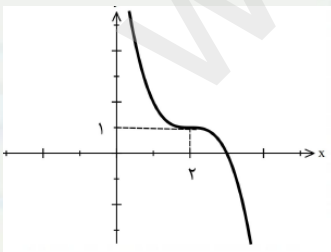
(۲۰)

$$P(2) = 0 \Rightarrow 1 - 2a + b = 0 \quad -2a + b = -1$$

$$P(-1) = 3 \Rightarrow a + b = 4 \quad a + b = 4$$

$$\Rightarrow a=1, b=0$$

(۲۱)



$f(x)$ اکیدا نزولی است.

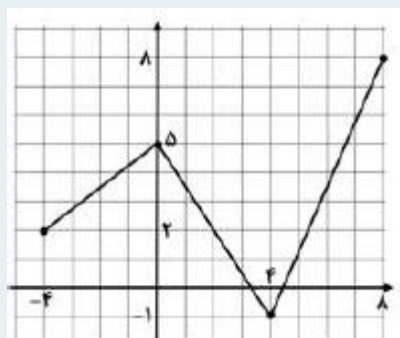


@bartarhakanoon

(۲۲)

$$x - a = 0 \Rightarrow x = a$$

$$a^2 + a - 2 = 0 \Rightarrow a = 1 \text{ یا } a = -2$$



(۲۳)

$$R = [-1, 1]$$

(۲۴)

$$P(x) = 3 \Rightarrow 1x^2 + mx + mx + 1 = 3 \Rightarrow$$

$$2mx = -1 \Rightarrow m = -\frac{1}{2}$$

$$f(-2) = -\frac{1}{2}(-2)^2 - (-\frac{1}{2})(-2) + 3 = -1$$



@bartarhakanoon